

# CAKLib v1.0

*Produktový help*



Technologická agentura  
České republiky

*Projekt TE01020197 „Centrum aplikované kybernetiky 3“,  
Program Centra kompetence TA ČR*

Tento software byl vyvinut v rámci pracovního balíčku WP 11 projektu TE01020197 centra kompetence „Centrum aplikované kybernetiky 3“ podpořeného Technologickou agenturou České republiky. Na vývoji softwaru se podílela výzkumná skupina [Laboratoře aplikované kybernetiky](#) na [Fakultě strojní Českého vysokého učení technického v Praze](#) a firma PIKE Automation, s.r.o.

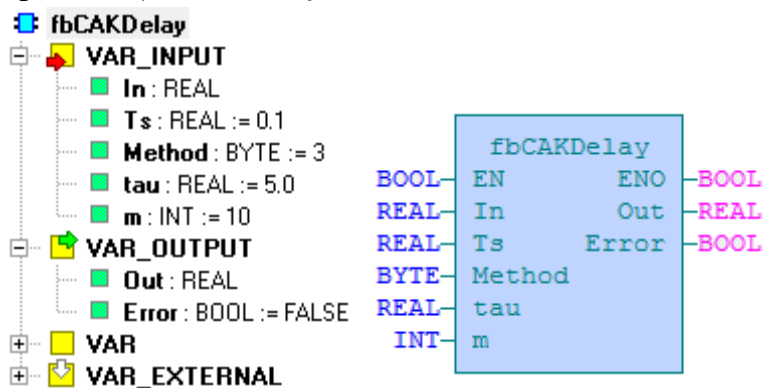
CAKLib je knihovna modulů resp. funkčních bloků, které implementují moderní typy regulátorů a rutin pro tvorbu složitějších algoritmů řízení pro úroveň PLC. Algoritmy jsou naprogramovány dle normy IEC 61131-3 v textovém programovacím jazyce strukturovaného textu (ST). Součástí knihovny jsou PID regulátor se dvěma stupni volnosti, Smithův prediktor s PID regulátorem a regulátor založený na inverzi dynamiky. Pro jednoduchou a efektivní implementaci složitějších algoritmů řízení do PLC byly naprogramovány potřebné matematické aparáty k realizaci numerických metod řešení obyčejných diferenciálních rovnic s pevnou délkou kroku resp. periody vzorkování. Numerické řešení obyčejných diferenciálních rovnic je realizováno pomocí Adams-Bashforth vícekrokových numerických metod. Součástí programových rutin je také blok zpoždění, který slouží k implementaci algoritmů řízení založených na modelech s dopravním zpožděním. Blok zpoždění je společně s blokem integrace využit při implementaci algoritmu tvarovače s distribuovaným zpožděním.

## Obsah

Obsah.....	2
1 Funkční bloky knihovny.....	3
1.1 Dopravní zpoždění (fbCAKDelay).....	3
1.2 Integrátor (fbCAKIntegrator) .....	4
1.3 Numerické metody (fbCAKStateSpace).....	5
1.4 PID s 2 stupni volnosti (fbCAKPID2DOF).....	6
1.5 Smithův prediktor (fbCAKSmith) .....	7
1.6 Tvarovač (fbCAKShaper).....	8
2 Literatura .....	9

# 1 Funkční bloky knihovny

## 1.1 Dopravní zpoždění (fbCAKDelay)



Obr. 1: Struktura funkčního bloku fbCAKDelay

Funkční blok slouží pro simulaci dopravního zpoždění, dle vzorce

$$Out(t) = In(t - \tau), \tau = KT \quad (1)$$

kde  $t$  značí čas,  $T$  periodu vzorkování a  $\tau$  zvolené dopravní zpoždění výstupu bloku.

Výstup je vyhodnocován v rastru periody  $T$  ze vztahu získaného interpolací Lagrangeovým interpolačním polynomem volitelně prvního až čtvrtého řádu. Diskrétní podoba vzorce je dána vztahem

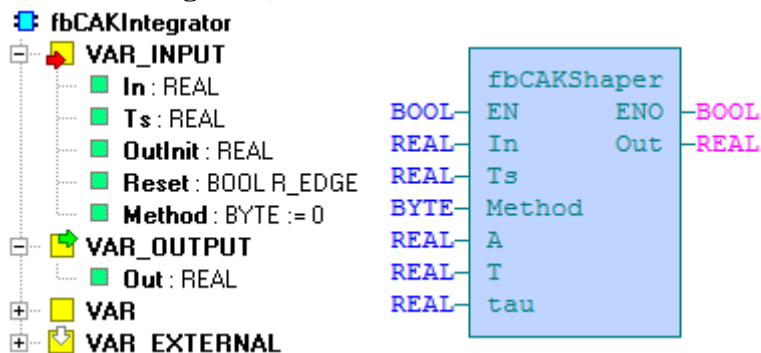
$$Out(k) = In(k - K) \quad (2)$$

kde  $k$  značí krok výpočtu a  $K$  počet zpožďujících kroků.

Tab. 1: Popis proměnných funkčního bloku fbCAKdelay

	Proměnná	Typ	Význam
<b>VAR_INPUT</b>			
	In	REAL	Vstupní hodnota
	Ts	REAL	Perioda vzorkování [s]
	Method	BYTE	Metoda resp. řád interpolace (0 až 4)
	tau	REAL	Dopravní zpoždění [s]
	m	INT	Počet vzorků bufferu
<b>VAR_OUTPUT</b>			
	Out	REAL	Výstupní hodnota

## 1.2 Integrátor (fbCAKIntegrator)



Obr. 2: Struktura funkčního bloku fbCAKIntegrator

Algoritmus tohoto bloku provádí numerickou integraci vstupní hodnoty dle následující rovnice v rastru zvolené periody vzorkování a s předvolenou počáteční hodnotou za použití levé lichoběžníkové numerické metody výpočtu.

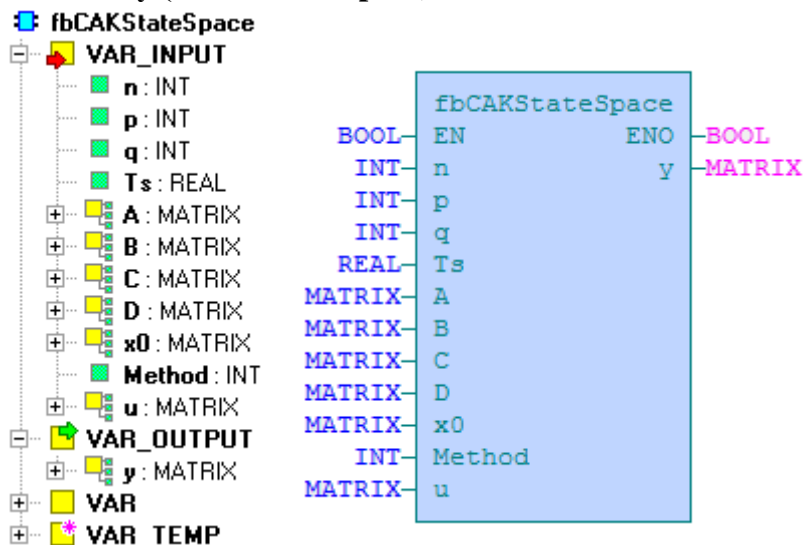
$$Out(t) = \int_{t_0}^t In(t)dt + OutInit \quad (3)$$

Při náběžné hraně na binárním resetovacím vstupu je integrace zastavena a nastavena na předvolenou počáteční hodnotu.

Tab. 2: Popis proměnných funkčního bloku fbCAKIntegrator

Proměnná	Typ	Význam
<b>VAR_INPUT</b>		
In	REAL	Vstupní hodnota
Ts	REAL	Perioda vzorkování [s]
OutInit	REAL	Počáteční hodnota integrálu
Reset	BOOL	Reset integrace
Method	BYTE	Metoda integrace
<b>VAR_OUTPUT</b>		
Out	REAL	Výstupní hodnota

### 1.3 Numerické metody (fbCAKStateSpace)



Obr. 3: Struktura funkčního bloku fbCAKStateSpace

Funkční blok využívá Adams-Bashforth lineární víceukrokové metody volitelně nultého až čtvrtého řádu pro výpočet numerického řešení obyčejných diferenciálních rovnic, pomocí nichž je uživatelsky definován libovolný lineární systém zapsaný ve formě stavové formulace s vektorem počátečních podmínek  $x_0$

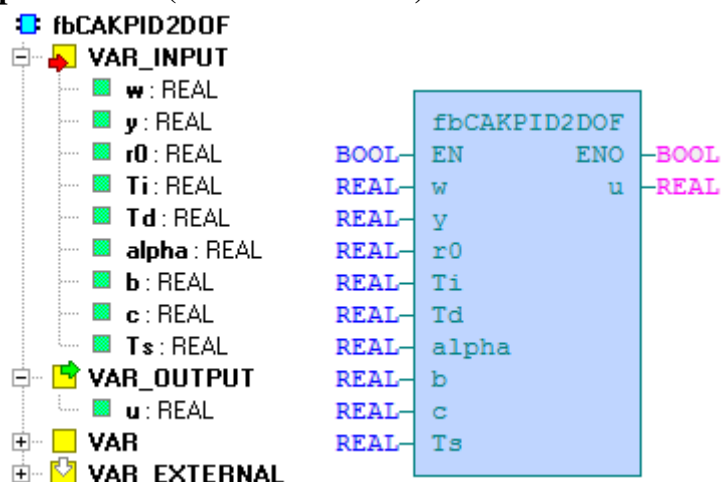
$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= A_{[n \times n]}x(t) + B_{[n \times p]}u(t) \\ y(t) &= C_{[q \times n]}x(t) + D_{[q \times p]}u(t) \end{aligned} \quad (4)$$

Numerické řešení je vyhodnocováno v reálném čase v rastru zvolené periody vzorkování.

Tab. 3: Popis proměnných funkčního bloku fbCAKStateSpace

Proměnná	Typ	Význam
<b>VAR_INPUT</b>		
n	INT	Počet řádků a sloupců matice A
p	INT	Počet sloupců matice B resp. D
q	INT	Počet řádků matice C resp. D
Ts	REAL	Perioda vzorkování [s]
Method	BYTE	Řád metody (0 až 4)
A	MATRIX	Stavová matice (matice dynamiky)
B	MATRIX	Matice buzení
C	MATRIX	Výstupní matice
D	MATRIX	Převodová matice
x0	MATRIX	Matice/vektor počátečních podmínek
u	MATRIX	Matice/vektor vstupů
<b>VAR_OUTPUT</b>		
y	MATRIX	Matice/vektor výstupů

## 1.4 PID s 2 stupni volnosti (fbCAKPID2DOF)



Obr. 4: Struktura funkčního bloku fbCAKPID2DOF

PID regulátor se dvěma stupni volnosti [1] je popsán následujícím přenosem

$$U(s) = r_0 \left\{ bW(s) - Y(s) + \frac{1}{T_i s} [W(s) - Y(s)] + T_d s \frac{cW(s) - Y(s)}{\alpha T_d s + 1} \right\} \quad (5)$$

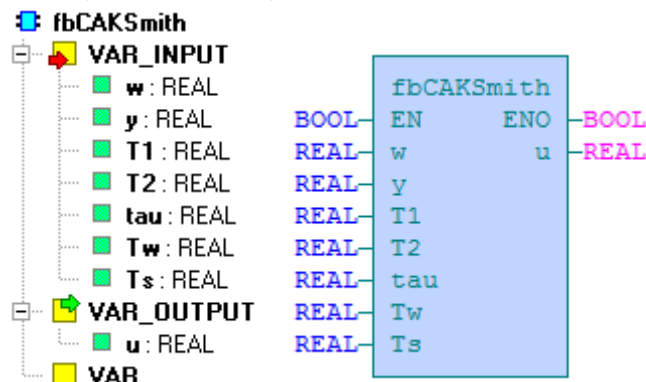
ve kterém oproti standardnímu PID jsou zahrnuty koeficienty  $b \in \langle 0,1 \rangle$  (váha žádané hodnoty regulované veličiny proporcionální složky) a  $c \in \langle 0,1 \rangle$  (váha žádané hodnoty regulované veličiny derivační složky), které umožňují kompromisní seřízení v kontextu přenosu žádané hodnoty regulované veličiny a přenosu poruchové veličiny. Pro kombinaci koeficientů  $b = c = 1$  přenos přechází do tvaru standardního PID regulátoru.

Uvedený přenos regulátoru byl po převodu do stavové formulace implementován za použití bloku numerických metod pro řešení diferenciálních rovnic ([fbCAKStateSpace](#))

Tab. 4: Popis proměnných funkčního bloku fbCAKPID2DOF

	Proměnná	Typ	Význam
<b>VAR_INPUT</b>			
	w	REAL	Žádaná hodnota regulované veličiny
	y	REAL	Regulovaná veličina
	r0	BYTE	Zesílení
	Ti	REAL	Integrační časová konstanta [s]
	Td	REAL	Derivační časová konstanta [s]
	alpha	REAL	Koeficient filtrace derivační složky (0,05 až 0,2)
	b	REAL	Váha žádané veličiny w proporcionální složky (0 až 1)
	c	REAL	Váha žádané veličiny w derivační složky (0 až 1)
	Ts	REAL	Perioda vzorkování [s]
<b>VAR_OUTPUT</b>			
	u	REAL	Akční veličina

## 1.5 Smithův prediktor (fbCAKSmith)



Obr. 5: Struktura funkčního bloku fbCAKSmith

Pomocí bloku numerických metod pro řešení diferenciálních rovnic ([fbCAKStateSpace](#)) a bloku dopravního zpoždění ([fbCAKDelay](#)) je realizován algoritmus Smithova prediktoru (prediktivního regulátoru), ve kterém je předpokládán přenos regulované soustavy ve tvaru

$$G_M(s) = \frac{k}{(T_1s + 1)(T_2s + 1)} e^{-s\tau} \quad T_1 \geq T_2 \quad (6)$$

v kombinaci s PID regulátorem s následujícími hodnotami konstant

$$r_0 = \frac{T_i}{kT_w} \quad T_i = T_1 + T_2 \quad T_d = \frac{T_1T_2}{T_1 + T_2} \quad (7)$$

Toto nastavení za předpokladu shody vnitřního modelu regulované soustavy s jejím přenosem dává přenos uzavřeného regulačního obvodu ve tvaru

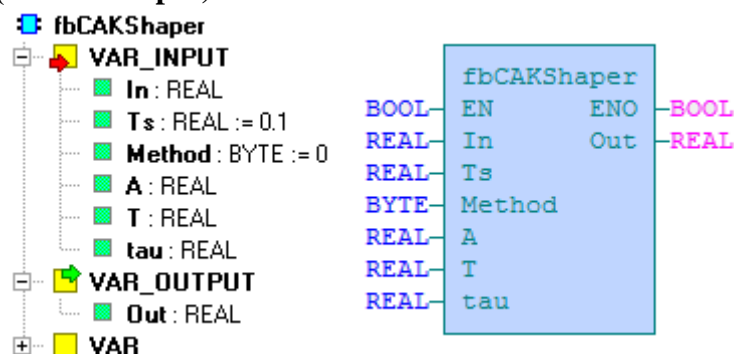
$$G_{wy}(s) = \frac{1}{T_ws + 1} e^{-s\tau} \quad (8)$$

kde  $T_w$  je volitelná časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu.

Tab. 5: Popis proměnných funkčního bloku fbCAKSmith

	Proměnná	Typ	Význam
<b>VAR_INPUT</b>			
	w	REAL	Žádaná hodnota regulované veličiny
	y	REAL	Regulovaná veličina
	T1	REAL	Majoritní časová konstanta [s]
	T2	REAL	Minoritní časová konstanta [s]
	tau	REAL	Dopravní zpoždění [s]
	Tw	REAL	Časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu [s]
	Ts	REAL	Perioda vzorkování [s]
<b>VAR_OUTPUT</b>			
	u	REAL	Akční veličina

## 1.6 Tvarovač (fbCAKShaper)



Obr. 6: Struktura funkčního bloku fbCAKShaper

Tento blok implementuje za použití funkčního bloku integrátoru ([fbCAKIntegrator](#)) a bloku zpoždění ([fbCAKDelay](#)) tvarovač s distribuovaným zpožděním [2] daný přenosovou funkcí

$$S(s) = A + (1 - A) \frac{1 - e^{-sT}}{sT} e^{-s\tau}$$

Mimo parametrů tvarovače je možné nastavit periodu vzorkování diskrétního výpočtu (standardně 0,1 s) a metodu integrace (standardně 0 – levá lichoběžníková metoda).

Tab. 6: Popis proměnných funkčního bloku fbCAKShaper

	Proměnná	Typ	Význam
<b>VAR_INPUT</b>			
	In	REAL	Vstupní hodnota
	A	REAL	Zesílení
	T	REAL	Zpoždění tvarovače [s]
	tau	REAL	Dopravní zpoždění [s]
	Ts	REAL	Perioda vzorkování [s]
	Method	BYTE	Metoda integrace
<b>VAR_OUTPUT</b>			
	Out	REAL	Výstupní hodnota



## 2 Literatura

- [1] Šulc B., Vítěčková M. *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*. Vydavatelství ČVUT, 2004, ISBN 80-01-03007-5.
- [2] Vyhlídal T., Kučera V. and Hromčík M. Signal shaper with a distributed delay: Spectral analysis and design. *Automatica*. 2013, vol. 49, no. 11, pp. 3484-3489. ISSN 0005-1098.