

ČESKÉ VYSOKÉ TECHNICKÉ UČENÍ V PRAZE

FAKULTA STROJNÍ

Ústav přístrojové a řídicí techniky



DIPLOMOVÁ PRÁCE

**ŘÍZENÍ VÍCEPARAMETROVÉ TEPELNÉ SOUSTAVY
POMOCÍ ZPĚTNÝCH VAZEB
OD STAVOVÝCH PROMĚNNÝCH**

Vypracoval: Karel Paulů

2006

Vedoucí práce: Doc. Ing. Tomáš Vyhlídal, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji že jsem svou diplomovou vypracoval samostatně a použil jsem pouze podklady uvedené v příloženém seznamu.

Nemám závažný důvod proti užití toho školního díla ve smyslu zákona § 60 Zákona č.121/2000 Sb., o právu autorském a právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon).

V Praze dne 20.12.2006

.....
podpis

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu diplomové práce Doc.Ing. Tomáši Vyhlídalovi, Ph.D. za podnětné připomínky a odborné vedení při zpracování diplomové práce. Taktéž Centru Aplikované Kybernetiky za umožnění práce na tepelné soustavě sestavené v rámci projektů Ministerstva školství České republiky LN 00 B096 a 1M0657.

Dále bych rád poděkoval svým rodičům za podporu, které se mi od nich dostávalo po celou dobu studia, a všem dalším, kteří mě jakkoliv podpořili.

Anotace

Cílem této práce je návrh řízení víceparametrové tepelné soustavy, kde významnou roli představují dopravní zpoždění. V rámci práce je sestaven matematický model v programu Matlab. Na základě tohoto modelu jsou navrženy koeficienty zpětné vazby od stavových proměnných pomocí metody předepsání dominantních pólů a realizován stavový regulátor. Algoritmus stavového regulátoru je upraven pro použití na programovatelném automatu.

Abstract

The aim of this work is the synthesis of control of laboratory heat-transfer system, where the transportation delays present crucial role. A simulation model of this system was developed in Matlab. Based on this model, coefficients of state feedback are computed and state feedback controller is designed based on dominant pole placement. The algorithm of state feedback controller is modified for use with programmable automat.

OBSAH

ÚVOD	1
1 MATEMATICKÝ POPIS SYSTÉMU	3
1.1 Stavový popis lineárního systému bez dopravního zpoždění	3
1.2 Matematické vyjádření zpožděné veličiny	4
1.3 Stavový popis systému s dopravním zpožděním	5
2 MATEMATICKÝ MODEL LABORATORNÍ SOUSTAVY	7
2.1 Dynamika tepelných procesů	7
2.2 Laboratorní tepelná soustava	8
2.2.1 Model chladiče	13
2.2.2 Model ohřívače	15
2.2.3 Model protiproudého výměníku	16
2.2.4 Model směšovacího ventilu	19
2.2.5 Model potrubí	20
3 IDENTIFIKACE	21
3.1 Definování pracovního bodu	21
3.2 Identifikace pravého ohřívače	22
3.3 Identifikace chladičů	25
3.3.1 Levý chladič	25
3.3.2 Pravý chladič	27
3.4 Identifikace deskového výměníku	29
3.5 Náhradní model regulační smyčky levého okruhu	30
3.6 Identifikace potrubí	32
3.7 Výsledný model tepelné soustavy	34
4 STAVOVÁ REGULACE	38
4.1 Spektrum pólů lineárního systému	38
4.2 Výpočet kořenů kvazipolynomiální funkce	39
4.3 Změna dynamiky zpětnou vazbou od stavových veličin	40
4.4 Stavový regulátor	42
4.5 Metody návrhu matice koeficientů zpětné vazby	43

4.5.1	Metoda přímého předepsání dominantních pólů	44
4.5.2	Metoda postupného přesouvání	46
4.6	Návrh řízení tepelné soustavy	49
4.6.1	Řízení levého okruhu	49
4.6.2	Přímé předepsání dominantních pólů levému okruhu.....	50
4.6.3	Metoda postupného přesouvání při návrhu řízení levého okruhu ..	56
4.6.4	Řízení pravého okruhu	63
4.6.5	Přímé předepsání pólů pravému okruhu	64
4.6.6	Metoda postupného přesouvání při návrhu řízení pravého okruhu	69
4.6.7	Řízení spojených okruhů	72
4.6.8	Metoda postupného přesouvání při návrhu řízení spojených okruhů	74
5	PI REGULACE	82
5.1	PI regulátor	82
5.2	PI regulátor pravého okruhu	83
5.3	PI regulátor levého okruhu	84
5.4	Řízení spojených okruhů	85
6	ALGORITMUS ŘÍZENÍ PRO PLC TECOMAT	90
6.1	Programovací prostředky	90
6.2	Úprava algoritmu pro realizaci programovatelným automatem	91
6.3	Výsledky řízení programovatelným automatem	93
7	ZÁVĚR	96
	LITERATURA	98
	OBSAH CD	100

SEZNAM POUŽITÉHO ZNAČENÍ

$\mathbf{x}(t)$	vektor stavových veličin
$\mathbf{u}(t)$	vektor vstupů
\mathbf{A}	matice dynamiky
\mathbf{B}	matice buzení
\mathbf{y}	vektor výstupu
\mathbf{C}	matice koeficientů
s	Laplaceův operátor
$\mathbf{x}(0)$	vektor počátečních podmínek
$r(t)$	výstupní veličina
τ	dopravní zpoždění
$h(\tau)$	funkce distribuce zpoždění
$\mathbf{A}(\tau)$	funkcionální matice dynamiky
$\mathbf{B}(\tau)$	funkcionální matice buzení
$\mathbf{A}(s)$	Laplaceova transformace $\mathbf{A}(\tau)$
$\mathbf{B}(s)$	Laplaceova transformace $\mathbf{B}(\tau)$
Q	teplo
c	měrná tepelná kapacita
m	hmotnost
α	součinitel přestupu tepla
S	plocha
q_v	objemový průtok
c_p	měrná tepelná kapacita vody
ρ	hustota
T	teplota
\dot{m}	hmotnostní průtok
V	objem
Φ	tepelný tok
$\mathcal{G}_c(t)$	vnitřní teplota vody v chladiči
$\mathcal{G}_i(t)$	označení vstupní teploty
$\mathcal{G}_o(t)$	označení teploty okolí
T_c	časová konstanta chladiče
K_{C1}	statická citlivost
$u_c(t)$	akční veličina chladiče
K_{C2}	statická citlivost

$\vartheta_{vs}(t)$ označení měřené vstupní teploty
 $\vartheta_{vy}(t)$ označení měřené výstupní teploty
 τ_i označení dopravního zpoždění
 K_{Hi} statická citlivost
 u_H akční veličina ohřivače
 ΔT teplotní spád
 $\kappa_{V1}(t)$ koeficient rovnice ventilu
 $\kappa_{V2}(t)$ koeficient rovnice ventilu
 K_p statická citlivost
 T_p časová konstanta
 $\vartheta_{LEi \cdot SET}$ řídicí veličina regulační smyčky
 ϑ_{RHi} vstupní teplota pravého ohřivače
 ϑ_{RH0} výstupní teplota pravého ohřivače
 ϑ_{REi} vstupní teplota pravého výměníku
 ϑ_{RE0} výstupní teplota pravého výměníku
 ϑ_{RCi} vstupní teplota pravého chladiče
 ϑ_{RC0} výstupní teplota pravého chladiče
 ϑ_{LEi} vstupní teplota levého výměníku
 ϑ_{LE0} výstupní teplota levého výměníku
 ϑ_{LCi} vstupní teplota levého chladiče
 ϑ_{LC0} výstupní teplota levého chladiče
 $T_{RH1}, K_{RH1}, \tau_{RH1}, K_{RH2}, \tau_{RH2}$ parametry pravého ohřivače
 u_{RH} akční veličina pravého ohřivače
 $K_{LC1}, K_{LC2}, T_{LC1}, \tau_{LC1}, \tau_{LC2}$ parametry levého chladiče
 u_{LC} akční veličina levého chladiče
 $K_{RC1}, K_{RC2}, T_{RC1}, \tau_{RC1}, \tau_{RC2}$ parametry pravého chladiče
 u_{RC} akční veličina pravého chladiče
 $\kappa_{RE}, \kappa_{LE}, T_{RE}, T_{LE}$ parametry výměníku
 $T_{LE1}, \tau_{LE1}, \tau_{LE2}$ parametry podřízené regulační smyčky
 $K_{RH3}, K_{RE1}, K_{RC3}, K_{LC3}$ statické citlivosti potrubí
 $T_{RH2}, T_{RE1}, T_{RC2}, T_{LC2}$ časové konstanty potrubí
 $\tau_{RH3}, \tau_{RE1}, \tau_{RC3}, \tau_{LC3}$ dopravní zpoždění v potrubích
 Δ značení přírůstku

$M(s)$ charakteristický kvazipolynom
 I jednotková matice
 D oblast výpočtu algoritmu QPMR
 Δ_S vzdálenost bodů mřížky
 β_k označení reálné části komplexního kořenu
 ω_k označení imaginární části komplexního kořenu
 $R(\beta, \omega)$ reálná část charakteristického kvazipolynomu
 $I(\beta, \omega)$ imaginární část charakteristického kvazipolynomu
 λ_i pól systému
 \mathbf{K} matice zpětné vazby
 $\mathbf{R}(s)$ matice spektrální říditelnosti
 \mathbf{B}_w matice řídicí veličiny
 σ_i označení předepsaných pólů
 s_i komplexní kořen
 \mathbf{S} matice citlivostí
 ΔA_m vektor přírůstků reálných částí kořenů
 I_L integrační veličina zavedená v levém okruhu
 I_R integrační veličina zavedená v pravém okruhu
 w_{LCo} označení žádané veličiny v levém okruhu
 w_{RCo} označení žádané veličiny v pravém okruhu
 $\mathbf{A}_L(s)$ matice dynamiky levého okruhu
 $\mathbf{B}_L(s)$ matice buzení levého okruhu
 $\mathbf{A}_R(s)$ matice dynamiky pravého okruhu
 $\mathbf{B}_R(s)$ matice buzení pravého okruhu
 \mathbf{K}_L matice koeficientů zpětné vazby levého okruhu
 \mathbf{K}_R matice koeficientů zpětné vazby pravého okruhu
 $\mathbf{A}_S(s)$ matice dynamiky spojených okruhů
 $\mathbf{B}_S(s)$ matice buzení spojených okruhů
 \mathbf{K}_S matice koeficientů zpětné vazby spojených okruhů
 $e(t)$ regulační odchylka
 r_o, T_i parametry regulátoru
 q_0, q_1, q_2 parametry diskrétního regulátoru
 e_{k-1}, e_{k-2} zpožděné regulační odchylky
 u_k akční veličina
 u_{k-1} akční veličina z předchozího kroku
 Δt perioda vzorkování

ÚVOD

V klasické teorii automatického řízení bývají reálné systémy popsány pomocí lineárních diferenciálních rovnic. Tyto systémy ovšem ve své podstatě nejsou lineárními a jsou charakterizovány tzv. spojitě rozloženými parametry. To v případě složitějších reálných systémů, kde se vyskytuje dopravní zpoždění, vede na popis diferenciálními rovnicemi vysokých řádů. Po převedení do stavového popisu je poté vytvořeno mnoho umělých veličin, které nemají hlubší fyzikální význam. Tomu se lze vyhnout zařazením zpoždění už do samotného lineárního modelu. Tento model pak lépe vystihuje dynamiku reálného systému. Nicméně návrh syntézy řízení na modelu obsahujícím dopravní zpoždění je v porovnání s původním lineárním popisem obtížnější. Zavedená zpoždění způsobují zhoršení podmínek řízení a dovolují jen pomalejší akční zásahy. Modely systémů s dopravním zpožděním jsou charakterizovány nekonečným spektrem vlastních hodnot. V této práci je ukázáno, jak lze na základě analýzy toho spektra systému s dopravním zpožděním navrhnout syntézu řízení, aby negativní vliv dopravního zpoždění na kvalitu řízení byl co nejvíce eliminován.

Laboratorní soustava s tepelnými výměníky na níž je tato práce realizována, byla navržena za účelem testování řídicích algoritmů na systému, kde významnou roli představuje dopravní zpoždění. Soustava je tvořena ohříváči, chladiči, směšovacími ventily, protiproudým výměníkem a propojovacím potrubím. To ve výsledku vytváří velmi složitý systém, který oproti běžným laboratorním modelům mnohem lépe vystihuje chování skutečných systémů.

Diplomová práce má následující strukturu. V kapitole 1 je uveden popis lineárních systémů a jejich stavového zápisu. Pro teoretický model vytvořený v kapitole 2 je provedena identifikace jeho parametrů (kapitola 3). Na základě tohoto modelu se pak kapitola 4 zabývá návrhem stavového regulátoru. V kapitole 5 je uveden postup návrhu parametrů klasického PI algoritmu. Popis úpravy algoritmu stavového regulátoru pro realizaci na programovatelném automatu a zhodnocení výsledků je uvedeno v kapitolách 6 a 7.

Souběžně s řešením této práce bylo realizováno webové rozhraní pro syntézu a dálkové řízení soustavy pomocí internetu [21].

1 MATEMATICKÝ POPIS SYSTÉMU

Dynamickým systémům lze přiřadit matematický popis, který je tvořen diferenciálními rovnicemi sestavených na základě matematicko-fyzikální analýzy. Tento popis, který je nazýván matematickým modelem, umožňuje provádět numerické řešení ve vhodných simulačních programech, zkoumat vlastnosti a navrhovat algoritmy pro řízení systému.

Ačkoliv řešitelný matematický model představují již samotné diferenciální rovnice, je výhodné je převést do tzv. stavové formulace pomocí metod k tomu určených. Mezi tyto metody patří metoda snižování řádu derivace a metoda postupné integrace [15]. Vzhledem k požadavkům, které stavové veličiny musí splňovat, je možné, že výstupem těchto metod budou stavové veličiny, které nemusí být fyzicky zjistitelné.

1.1 Stavový popis lineárního systému bez dopravního zpoždění

Většina řízených reálných systémů je nelineárního typu. Takovýto nelineární systém je obecně popsán ve stavové formulaci soustavou rovnic

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \quad (1.1)$$

Jestliže je nelinearita odstranitelná, je možné pro získání lineárního modelu použít tzv. linearizaci. Nelineární systém je potom v určitých mezích okolo zvoleného pracovního bodu aproximován lineárním systémem. Za předpokladu definování toho pracovního bodu jako dvojice hodnot \mathbf{x}_0 a \mathbf{u}_0 lze pro malé odchylky od těchto hodnot uvažovat

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \approx \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + d\mathbf{f} = \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \right|_0 (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}} \right|_0 (\mathbf{u} - \mathbf{u}_0) \quad (1.2)$$

Lineární systém bez dopravního zpoždění je poté ve stavové formulaci popsán soustavou diferenciálních rovnic prvního řádu [15]

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (1.3)$$

kde $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$ je vektor stavových proměnných, $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ je matice dynamiky, $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ je matice buzení a $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^m$ je vektor vstupů. Při použití linearizace podle (1.2) jsou \mathbf{A} a \mathbf{B} ve tvaru tzv. Jacobiho maticí, viz [15].

Proměnné lineárního modelu zpravidla vyjadřují odchylky od zavedeného pracovního bodu $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$ apod. Pro zjednodušení zápisu jsou v práci výrazy Δ vynechány (v uvedených lineárních modelech tedy výrazy x, y, u vyjadřují odchylky od pracovního bodu $\Delta x, \Delta y, \Delta u$).

Stavové veličiny nemusí být vždy shodné se sledovanými výstupy. V takovém případě lze výstup vyjádřit statickou relací

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (1.4)$$

kde $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^p$ je vektor výstupu a $\mathbf{C} \in \mathbf{R}^{p \times n}$ je matice koeficientů. Stavový popis tvořený rovnicemi (1.3) a (1.4) je možné převést pomocí Laplaceovy transformace do soustavy algebraických rovnic ve tvaru

$$\begin{aligned} s\mathbf{x}(s) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(s) + \mathbf{B}\mathbf{u}(s) + \mathbf{x}(0) \\ s\mathbf{y}(s) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(s) \end{aligned} \quad (1.5)$$

kde s je operátor Laplaceovy transformace a $\mathbf{x}(0)$ je vektor počátečních podmínek, $\mathbf{x}(s)$, $\mathbf{y}(s)$, $\mathbf{u}(s)$ jsou Laplaceovy obrazy $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{y}(t)$, $\mathbf{u}(t)$. Laplaceova forma stavové formulace (1.5) představuje obrazový tvar (1.3) a (1.4). Použití této transformace je výhodné zejména kvůli snadnosti řešení oproti metodám v časové oblasti.

1.2 Matematické vyjádření zpožděné veličiny

Dopravní zpoždění lze definovat jako časový interval mezi změnou vstupu a okamžikem pozorovatelné změny na výstupu. Obecná relace zpoždění je vyjádřena Stieltjesovým integrálem

$$r(t) = \int_0^T x(t - \tau) dh(\tau) \quad (1.6)$$

kde $x(t)$ je vstupní a $r(t)$ je výstupní veličina, $\tau \in \langle 0, T \rangle$ je proměnné zpoždění a $h(\tau)$ je funkce distribuce zpoždění.

Existují dva základní typy distribuce dopravního zpoždění. Prvním je případ soustředěného dopravního zpoždění, které je vyjádřeno pouze posunutím argumentu u vstupní veličiny $x(t)$.

$$\begin{aligned} r(t) &= x(t - \tau) \\ r(s) &= x(s)e^{-s\tau} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Další možností je uvažování dopravního zpoždění jako spojitě rozloženého. Relace zpoždění je potom dána konvolučním integrálem (1.6), který má v Laplaceově transformaci tvar

$$r(s) = x(s)h(s) \quad (1.8)$$

$$\text{kde } h(s) = \int_0^T e^{-s\tau} dh(\tau) \quad (1.9)$$

Pro použití v počítačových modelech se spojitě rozložené zpoždění pro zjednodušení často aproximuje soustředěným dopravním zpožděním [14].

1.3 Stavový popis systému s dopravním zpožděním

Uvažuje-li se dopravní zpoždění, lineární systém je popsán tzv. anizochronní stavovou rovnicí ve tvaru (1.10), viz [14].

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \int_0^T d\mathbf{A}(\tau)\mathbf{x}(t - \tau) + \int_0^T d\mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}(t - \tau) \quad (1.10)$$

Maticе $\mathbf{A}(\tau)$ a $\mathbf{B}(\tau)$ jsou v tomto případě maticemi funkcionálními, neboť obsahují členy s dopravním zpožděním. Soustava rovnic (1.10) je taktéž nazývána retardovaným systémem [2]. Výstupní rovnice systému s dopravním zpožděním (1.10) je shodná s tvarem (1.4).

Po převedení do Laplaceova obrazového tvaru při nulových počátečních podmínkách je model dán

$$\begin{aligned} s\mathbf{x}(s) &= \mathbf{A}(s)\mathbf{x}(s) + \mathbf{B}(s)\mathbf{u}(s) \\ \mathbf{y}(s) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(s) \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\text{kde } \mathbf{A}(s) = \int_0^T e^{-s\tau} d\mathbf{A}(\tau), \quad \mathbf{B}(s) = \int_0^T e^{-s\tau} d\mathbf{B}(\tau) \quad (1.12)$$

2 MATEMATICKÝ MODEL LABORATORNÍ SOUSTAVY

V této kapitole je popsáno vytvoření matematického modelu laboratorní soustavy s tepelnými výměníky na základě znalostí zákonů termomechaniky a metodiky používané pro tvorbu modelů v teorii řízení. Proto nejprve budou připomenuty základní vztahy, které popisují vedení a sdílení tepelné energie a které jsou pro vytvoření modelu použity [5,6]. Důležitou skutečností je i zavedený předpoklad uvažování soustředění parametrů. Jelikož u všech částí soustavy jsou měřeny pouze vstupní a výstupní teploty, skutečná velikost teploty uvnitř těchto částí známa není. Proto bude uvažováno, jako kdyby k výměně tepla docházelo vždy v místě měření výstupní teploty.

2.1 Dynamika tepelných procesů

Množství tepla přivedeného látky o hmotnosti m při rozdílu teplot ΔT je dáno rovnicí

$$Q = mc\Delta T \text{ [J]} \quad (2.1)$$

kde $c \left[\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right]$ je měrná tepelná kapacita.

Sdílení tepla probíhá třemi způsoby:

- vedením
- prouděním
- sáláním

Pro případ laboratorní soustavy tepelného výměníku jsou důležité vztahy popisující sdílení tepla prouděním. K tomuto sdílení dochází v pohybujiících se kapalinách a plynech.

Přestup tepla ze stěny do kapaliny a naopak je vyjádřen tepelným tokem

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha S(T_1 - T_2) \quad (2.2)$$

kde α je součinitel přestupu tepla [$Wm^{-2}K^{-1}$] a S [m^2] je plocha kolmá ke směru toku.

Médiem, jež v tepelné soustavě slouží k přenášení energie, je proudící voda. Tepelná energie proudu kapaliny je rovna

$$\Phi = \rho c_p q_v T \quad (2.3)$$

kde q_v je objemový průtok [$\frac{m^3}{s}$], c_p je měrná tepelná kapacita vody [$\frac{J}{kg \cdot K}$], T je teplota

[K], ρ je hustota [$kg \cdot m^{-3}$].

Při zavedení hmotnostního průtoku [$\frac{kg}{s}$],

$$\dot{m} = \rho q_v \quad (2.4)$$

přejde vztah (2.3) na tvar

$$\Phi = \dot{m} c_p T \quad (2.5)$$

Poslední vztah popisuje akumulaci energie, ke které dochází ve všech tělesech.

$$\frac{dQ}{dt} = \rho c_p V \frac{dT}{dt} = m c_p \frac{dT}{dt} \quad (2.6)$$

2.2 Laboratorní tepelná soustava

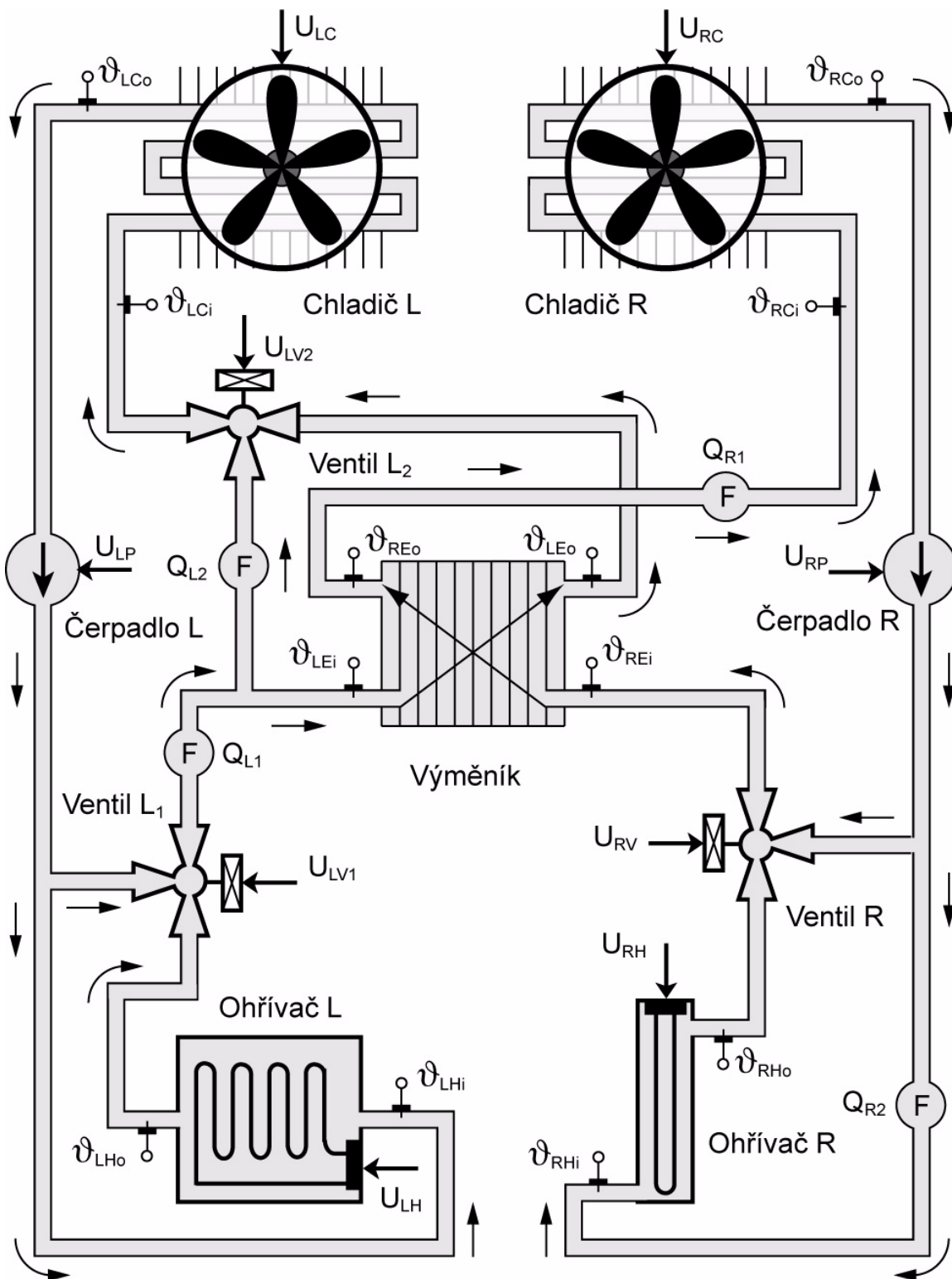
Tato tepelná soustava byla navržena za účelem testování řídicích algoritmů na systému, kde významnou roli představuje dopravní zpoždění. Samotná soustava se skládá ze dvou nezávislých okruhů, které obsahují ohřivače, chladiče, směšovací ventily a čerpadla. Přestup tepla mezi oběma okruhy se děje v protiproudém výměníku. Na soustavě je umístěno dvanáct teploměrů, jimiž jsou měřeny teploty na vstupu a výstupu všech jednotlivých částí soustavy, kromě směšovacích ventilů.

Stručný popis jednotlivých částí:

- Ohřivače
Levý okruh obsahuje ohřivač akumulárního typu SHU 5 STIEBEL ELTRON 071754 s výkonem 2kW a objemem 5l.
V pravém okruhu je rychloprůtokový ohřivač s objemem 1,5l a výkonem 2kW.
- Chladiče
V obou okruzích je pro chlazení použit výměník typu voda-vzduch a to model z automobilu Škoda Felicia.
- Protiproudý výměník
K přenosu tepla mezi okruhy dochází ve výměníku Zilmet Z 1/8 s výkonem max. 3KW.
- Směšovací ventily
K řízení průtoků jsou použity ventily Landys & Staefa VXG44.15-0.4, které jsou ovládány pomocí serv SQS65 Landys & Staefa.
- Potrubí
5 vrstvé potrubí s dobrými izolačními vlastnostmi. Vnitřní průměr potrubí je 12mm.
- Čerpadla
Wilo-Star-E 25-1/3
- PC
Pro měření na soustavě je použit osobní počítač s kartami Advantech PCI-1713 a ICP DAS PIODA-16. Jako rozhraní je použito prostředí Matlab Simulink s Real Time Toolboxem.
- PLC
Modulární systém NS950 mini. Skládá se z hlavní jednotky a čtyř analogových I/O jednotek. SW prostředí je tvořeno programy Epos, Mosaic a Reliance.

Podrobnější popis lze nalézt v [13].

Schéma laboratorní tepelné soustavy je znázorněno na Obr. 2.1. Písmenem *L* jsou označeny části levého okruhu a písmenem *R* části pravého okruhu.



Obr. 2.1 Schéma laboratorní soustavy tepelného výměníku

Cirkulující voda v pravém okruhu je ohřívána v rychloprůtokovém ohřivači ovládaném akční veličinou U_{RH} . Ve směšovací ventilu pravého okruhu je tato již ohřátá voda směšována s ochlazenou vodou z výstupu pravého chladiče. Směšovací poměr je nastavován akční veličinou U_{RV} . V protiproudém výměníku dochází ke sdílení tepla mezi levým a pravým okruhem a vystupující proud vody je směřován do chladiče, odkud směřuje dále do směšovacího ventilu a k ohřivači.

Činnost levého okruhu je téměř shodná. Oproti pravému okruhu je zde ale umístěn další směšovací ventil za výstupem z protiproudého výměníku, který směšuje tuto vystupující vodu s tou, která je do výměníku vstupem. Tímto ventilem je možné řídit množství tepla sdíleného mezi okruhy.

Popis značení použitého na Obr. 2.1 a v celém dalším textu:

ϑ ... teplota

U ... akční veličina

význam použitých indexů:

L ... značí příslušnost k levému okruhu

R ... značí příslušnost k pravému okruhu

H ... heater (ohřivač)

C ... cooler (chladič)

E ... exchanger (výměník)

i ... input (vstup)

o ... output (výstup)

Fotografie reálné tepelné soustavy je uvedena na Obr. 2.2.



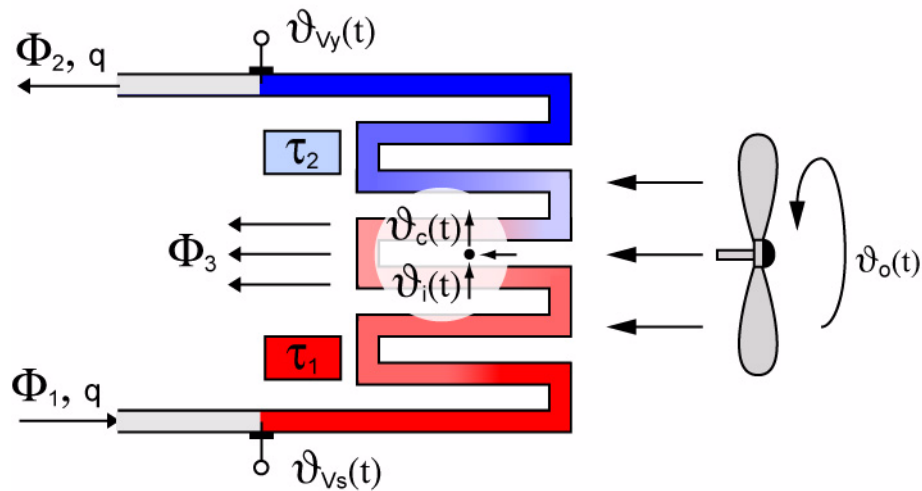
Obr. 2.2 Fotografie tepelné soustavy

V následujících kapitolách budou odvozeny modely jednotlivých částí soustavy.

2.1.1 Model chladiče

Model výměníku voda-vzduch je získán na základě sestavení jeho tepelné bilance. Množství akumulované energie se rovná rozdílu přivedeného tepelného toku Φ_1 a odvedeného Φ_2 , minus tepelný tok, který je dán prostupem tepla z výměníku do okolí Φ_3 .

$$\frac{dQ}{dt} = \Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 \quad (2.7)$$



Obr. 2.3 Schéma chladiče

Levá strana rovnice (2.7), která představuje akumulaci tepla je dána vztahem (2.6).

$$\frac{dQ}{dt} = m_c c_p \frac{d\vartheta_c(t)}{dt} \quad (2.8)$$

kde m_c je hmotnost vody v chladiči, c_p je měrná tepelná kapacita vody a $\vartheta_c(t)$ je vnitřní teplota vody ve výměníku.

Přivedený a odvedený tepelný tok je dán vztahem (2.5).

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \dot{m}_c c_p \vartheta_i(t) \\ \Phi_2 &= \dot{m}_c c_p \vartheta_c(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

kde \dot{m}_c vyjadřuje hmotnostní průtok (kap. 2.1) a $\mathcal{G}_i(t)$ je teplota vody vstupující do procesu výměny tepla.

Poslední člen, který vyjadřuje přestup tepla z výměníku do okolí, nebo-li ztráty, je dán vztahem (2.2).

$$\Phi_3 = \alpha(t)S(\mathcal{G}_c(t) - \mathcal{G}_o(t)) \quad (2.10)$$

kde $\mathcal{G}_o(t)$ je teplota okolí.

Dosazením (2.8), (2.9) a (2.10) do (2.7) vznikne

$$m_c c_p \frac{d\mathcal{G}_c(t)}{dt} = \dot{m}_c c_p \mathcal{G}_i(t) - \dot{m}_c c_p \mathcal{G}_c(t) - \alpha(t)S(\mathcal{G}_c(t) - \mathcal{G}_o(t)) \quad (2.11)$$

Po matematické úpravě

$$\left(\frac{m_c c_p}{\dot{m}_c c_p + \alpha(t)S} \right) \frac{d\mathcal{G}_c(t)}{dt} = \left(\frac{\dot{m}_c c_p}{\dot{m}_c c_p + \alpha(t)S} \right) \mathcal{G}_i(t) - \mathcal{G}_c(t) + \left(\frac{\alpha(t)S}{\dot{m}_c c_p + \alpha(t)S} \right) \mathcal{G}_o(t) \quad (2.12)$$

Rovnice (2.12) představuje nelineární model chladiče, který je po linearizaci podle (1.2), při uvažování $\mathcal{G}_o(t) = konst$, roven (pro jednodušší zápis nejsou uvedeny znaky přírůstků Δ)

$$T_c \frac{d\mathcal{G}_c(t)}{dt} = K_{C1} \mathcal{G}_i(t) - \mathcal{G}_c(t) + K_{C2} u_C(t) \quad (2.13)$$

kde $T_c [s]$ je časová konstanta, K_{C1} je statická citlivost teploty $\mathcal{G}_c(t)$ na změnu $\mathcal{G}_i(t)$, $u_C(t)$ představuje akční veličinu chladiče a K_{C2} je statická citlivost $\mathcal{G}_c(t)$ na její změnu.

Jak je patrné z Obr. 2.3 a jak bylo uvedeno na začátku této kapitoly, teploty $\mathcal{G}_c(t)$ a $\mathcal{G}_i(t)$ nejsou měřeny. Jako vstupní teplota musí být tedy v modelu použita měřená teplota $\mathcal{G}_{vs}(t)$. Tato teplota je ale měřena v určité vzdálenosti před vstupem do chladiče, a proto mezi touto měřenou teplotou a teplotou $\mathcal{G}_i(t)$ dochází k dopravnímu zpoždění, viz kap. 2.1. Zpoždění $\mathcal{G}_i(t)$ je vyjádřeno vztahem

$$\mathcal{G}_i(t) = \mathcal{G}_{vs}(t - \tau_I) \quad (2.14)$$

kde τ_1 je dopravní zpoždění.

Stejně tak vnitřní teplota $\vartheta_c(t)$ není měřena, a proto je nutné ji vztáhnout na měřenou teplotu $\vartheta_{vy}(t)$

$$\vartheta_{vy}(t) = \vartheta_c(t - \tau_2) \quad (2.15)$$

kde τ_2 je dopravní zpoždění.

Dále je nutné zavést dopravní zpoždění τ_4 u akční veličiny $u_c(t)$, neboť mezi její změnou a pozorovatelnou změnou na výstupu bude existovat určitá prodleva.

Konečný tvar pro výměník voda-vzduch je tedy s respektováním předpokladu o soustředění parametrů učiněném v úvodu kapitoly a dosazení předchozích vztahů do (2.13) roven

$$T_c \frac{d\vartheta_{vy}(t)}{dt} = K_{C1} \vartheta_{vs}(t - \tau_3) - \vartheta_{vy}(t) + K_{C2} u_c(t - \tau_4) \quad (2.16)$$

kde $\tau_3 = \tau_1 + \tau_2$.

Koeficienty K_{C1} a K_{C2} nejsou zcela shodné s uvedenými v (2.13), neboť uvažované posunutí teplot je idealizované, a tedy budou v nich zahrnuty i určité ztráty.

2.1.2 Model ohříváče

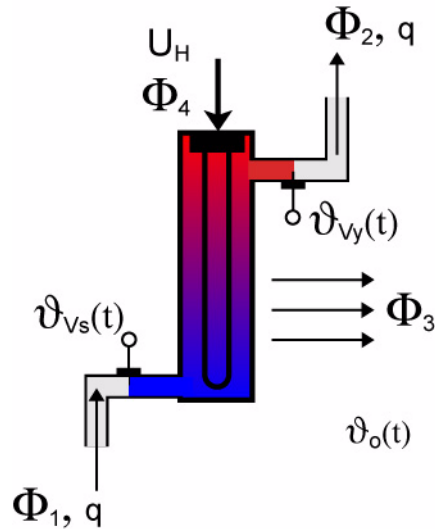
Princip sestavení modelu ohříváče, který je schématicky znázorněn na Obr. 2.4 je podobný jako tomu bylo u modelu chladiče v předchozí kapitole. Bude tedy uveden pouze ve stručné formě.

$$\frac{dQ}{dt} = \Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 + \Phi_4 \quad (2.17)$$

V celkové tepelné bilanci ohříváče (2.17) je nutné uvažovat navíc pouze člen Φ_4 , který představuje teplo přivedené topnou spirálou, a v okolí pracovního bodu je dán lineárním vztahem

$$\Phi_4 = K_{Hi} u_H(t) \quad (2.18)$$

kde K_{Hi} je statická citlivost výstupní veličiny na akční veličinu u_H .



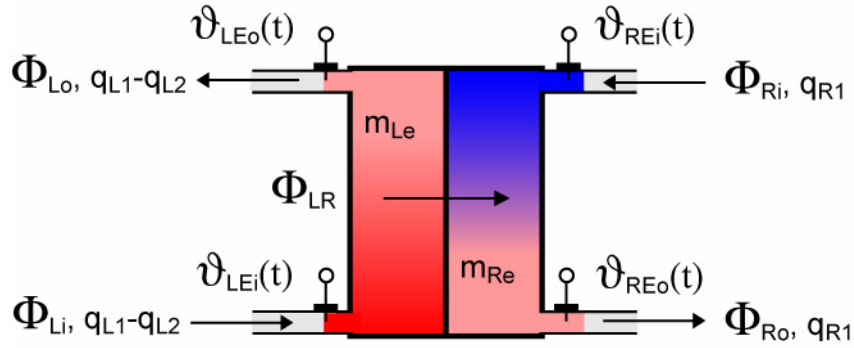
Obr. 2.4 Schéma ohřivače

Výsledný tvar lineárního modelu pro ohřivač levého a pravého okruhu je tedy

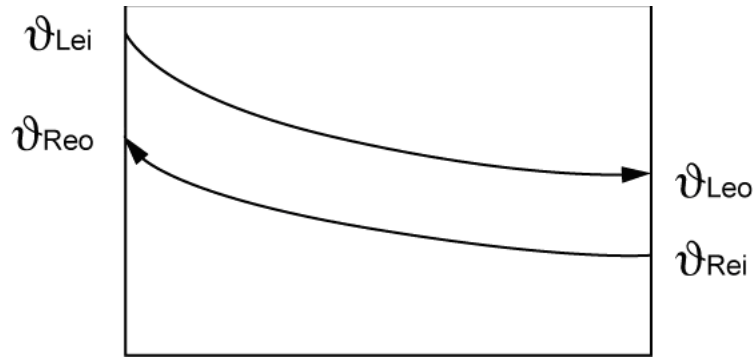
$$T_H \frac{d\vartheta_{Vy}(t)}{dt} = K_H \vartheta_{Vs}(t - \tau_3) - \vartheta_{Vy}(t) + K_{Hi} u_H(t - \tau_4) \quad (2.19)$$

2.1.3 Model protiproudého výměníku

Deskový výměník je vyroben složením desek, které mají vylisované kanálky, a kterými poté proudí médium. Tyto výměníky se vyznačují velkou účinností, která se pohybuje okolo 98%. Idealizované schéma tohoto typu výměníku je uvedeno na Obr. 2.5, kde médium v pravé primární straně je uvažované jako ohřivací a na levé jako ohřivané. Příslušný průběh teplot na výměníku je potom uveden na Obr. 2.6.



Obr.2.5 Schéma deskového výměníku



Obr. 2.6 Průběh teplot na deskovém výměníku

Tepelná bilance výměníku při zanedbání ztrát únikem tepla do okolí je dána vztahy

$$\begin{aligned} \frac{dQ_{LE}}{dt} &= \Phi_{Li} - \Phi_{Lo} - \Phi_{LR} \\ \frac{dQ_{RE}}{dt} &= \Phi_{Ri} - \Phi_{Ro} + \Phi_{LR} \end{aligned} \quad (2.20)$$

kde jednotlivé členy (2.20) jsou dány následujícími relacemi

$$\frac{dQ_{LE}}{dt} = m_{LE} c_p \frac{d\vartheta_{LEo}(t)}{dt} \quad (2.21)$$

kde m_{LE} je hmotnost vody v levé části výměníku.

$$\Phi_{Li} = (q_{L1} - q_{L2}) \rho c_p \vartheta_{LEi}(t) \quad (2.22)$$

kde q_{L1} je celkový objemový průtok levé části a q_{L2} je průtok levou částí výměníku.

$$\Phi_{Lo} = (q_{L1} - q_{L2})\rho c_p \mathcal{G}_{LEo}(t) \quad (2.23)$$

$$\frac{dQ_{RE}}{dt} = m_{RE}c_p \frac{d\mathcal{G}_{REo}(t)}{dt} \quad (2.24)$$

kde m_{RE} je hmotnost vody v levé části výměníku.

$$\Phi_{Ri} = q_{R1}\rho c_p \mathcal{G}_{REi}(t) \quad (2.25)$$

kde q_{R1} je celkový objemový průtok pravé části výměníku

$$\Phi_{Ro} = q_{R1}\rho c_p \mathcal{G}_{REo}(t) \quad (2.26)$$

Poslední vztah udává přestup tepla

$$\Phi_{LR}(t) = K_E \Delta T \quad (2.27)$$

Při výpočtu teplotního spádu v (2.27) lze postupovat dvěma způsoby. Prvním je výpočet středního logaritmického spádu, který se pro tyto případy obvykle používá

$$\Delta T = \frac{\mathcal{G}_{LEi} - \mathcal{G}_{REo} - \mathcal{G}_{LE} + \mathcal{G}_{REi}}{\ln \frac{\mathcal{G}_{LEi} - \mathcal{G}_{REo}}{\mathcal{G}_{LEo} - \mathcal{G}_{REi}}} \quad (2.28)$$

Druhou možností je použití středního aritmetického spádu

$$\Delta T = \frac{\mathcal{G}_{LEi} - \mathcal{G}_{REi}}{2} + \frac{\mathcal{G}_{LEo} - \mathcal{G}_{REo}}{2} \quad (2.29)$$

Jak je možno vidět z výsledků porovnání modelů přímo na uvažované tepelné soustavě při použití obou teplotních spádu v [11], použití středního aritmetického spádu je výhodnější. Model dává přesné výsledky a zároveň není nutné uvažovat vnitřní teplotu ve výměníku, kterou by bylo nutné modelovat v případě použití logaritmického spádu.

Po dosazení vztahů (2.21) až (2.27) do (2.20)

$$\begin{aligned}
 m_{LE} c_p \frac{d\vartheta_{LEo}(t)}{dt} &= (q_{L1} - q_{L2}) \rho c_p \vartheta_{LEi}(t) - (q_{L1} - q_{L2}) \rho c_p \vartheta_{LEo}(t) - K_E \Delta T \quad (2.30) \\
 m_{RE} c_p \frac{d\vartheta_{REo}(t)}{dt} &= q_{R1} \rho c_p \vartheta_{REi}(t) - q_{R1} \rho c_p \vartheta_{REo}(t) + K_E \Delta T
 \end{aligned}$$

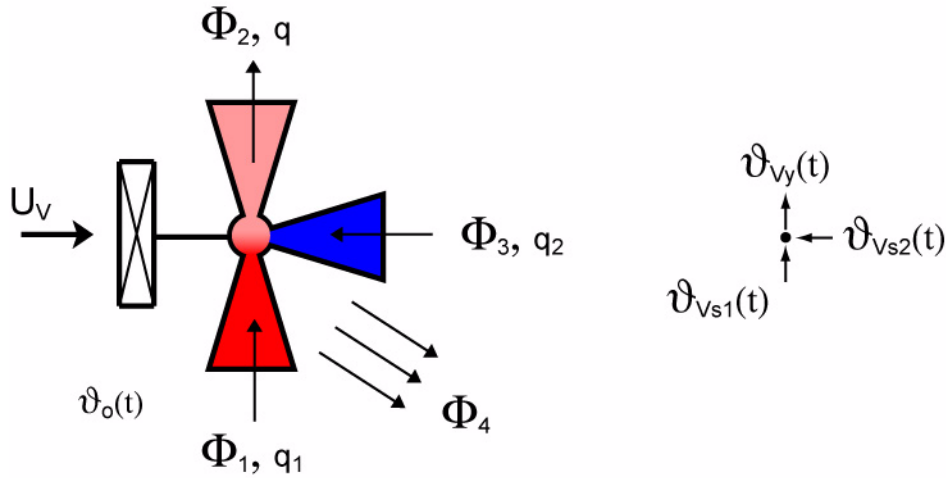
Po úpravě, zavedení časových konstant a dosazení (2.29) za teplotní spád

$$\begin{aligned}
 T_{LE} \frac{d\vartheta_{LEo}(t)}{dt} &= \vartheta_{LEi}(t) - \vartheta_{LEo}(t) - \kappa_{LE} \left(\frac{\vartheta_{LEi}(t) - \vartheta_{REi}(t)}{2} + \frac{\vartheta_{LEo}(t) - \vartheta_{REo}(t)}{2} \right) \quad (2.31) \\
 T_{RE} \frac{d\vartheta_{REo}(t)}{dt} &= \vartheta_{REi}(t) - \vartheta_{REo}(t) + \kappa_{RE} \left(\frac{\vartheta_{LEi}(t) - \vartheta_{REi}(t)}{2} + \frac{\vartheta_{LEo}(t) - \vartheta_{REo}(t)}{2} \right)
 \end{aligned}$$

Dopravní zpoždění jsou vzhledem k velmi rychlé dynamice výměníku v modelu zanedbána.

2.1.4 Model směšovacího ventilu

Dynamiku směšovacího ventilu schématicky znázorněného na Obr. 2.7, lze při uvažování tepelné bilance (2.32) vyjádřit diferenciální rovnicí (2.33).



Obr. 2.7 Schéma směšovacího ventilu

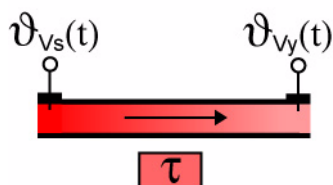
$$\frac{dQ}{dt} = \Phi_1 - \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 \quad (2.32)$$

$$T_V \frac{d\vartheta_{Vy}(t)}{dt} = \kappa_{V1}(t) \vartheta_{Vs1}(t) - \vartheta_{Vy}(t) + \kappa_{V2}(t) \vartheta_{Vs2}(t) - K_V \vartheta_o(t) \quad (2.33)$$

kde $\kappa_{V1}(t)$ a $\kappa_{V2}(t)$ jsou funkcí průtoků q_1 a q_2 , které jsou závislé na nastavení poměru směšování akční veličinou U_v . Rovnice (2.33) je nelineární a dalším postupem by měla být její linearizace. Nicméně samotný model ventilu nebyl v modelu celkové soustavy uvažován (viz kap. 3), a proto linearizovaný přírůstkový tvar zde není odvozen. Případnou linearizaci v okolí pracovního bodu je možné provést opět podle vztahu (1.2).

2.1.5 Model potrubí

Na tepelné soustavě je k propojení jednotlivých částí použito potrubí o průměru 12mm s dobrými izolačními vlastnostmi. Schématicky je potrubí znázorněno na Obr. 2.8.



Potrubí představuje opět systém s rozloženými parametry. Jeho matematický model lze vyjádřit jednoduchou aproximací v lineárním tvaru

Obr. 2.8 Schéma potrubí

$$\vartheta_{Vy} = K_p \vartheta_{Vs}(t - \tau) \quad (2.34)$$

kde τ je dopravní zpoždění a koeficient $K_p \in (0,1)$ představuje ztrátový činitel, v němž jsou zahrnuty ztráty tepla do okolí. Pro popsání dynamiky z hlediska akumulace je ovšem výhodnější použít jako model lineární diferenciální rovnici prvního řádu.

$$T_p \frac{d\vartheta_{Vy}(t)}{dt} = K_p \vartheta_{Vs1}(t - \tau) - \vartheta_{Vy}(t) \quad (2.35)$$

kde T_p je časová konstanta, která v sobě zahrnuje i časovou konstantu teploměru.

3 IDENTIFIKACE

Matematický model soustavy, který představují diferenciální rovnice sestavené v předchozí kapitole, obsahuje řadu neznámých parametrů, jejichž číselnou velikost je nyní nutné zjistit. Velikost těchto neznámých parametrů je zjištěna experimentálně z odezev výstupů jednotlivých částí soustavy na skokové změny akčních veličin. Důležitým předpokladem je stanovení pracovního bodu soustavy, neboť lineární přírůstkový model s takto získanými parametry je platný pouze v určitých mezích okolo tohoto bodu.

3.1 Definování pracovního bodu

Soustava byla uvedena do rovnovážného stavu stanoveném teplotou na výstupu z pravého ohřívače $\vartheta_{RHo} = 65^{\circ}C$ a teplotou vody vstupující do deskového výměníku levého okruhu $\vartheta_{LEi} = 60^{\circ}C$. Vzhledem k velmi pomalé dynamice levého ohřívače akumulárního typu byla pro regulaci teploty v levém okruhu vytvořena podřízená regulační smyčka s PI regulátorem, jehož akční veličina ovládá směšovací ventil levého okruhu (Ventil L_1 , Obr. 2.1), viz kap. 3.5. Regulace teploty v levém ohřívači byla řízená vnitřním termostatem při nastavení teploty $\vartheta_{LHo} = 75^{\circ}C$. Směšovací ventil u pravého okruhu a ventil levého okruhu nacházející se za deskovým výměníkem (Ventil L_2) byly nastaveny tak, aby jedna větev byla zcela uzavřena a druhá zcela otevřena. V případě pravého okruhu tedy ohřátá voda proudící z ohřívače není směšována s tou, která vystupuje přímo z chladiče. A v levém okruhu nedochází ke směšování vody vstupující do a vystupující z deskového výměníku. Průtoky v obou okruzích byly nastaveny pomocí manuálního nastavení výtlačných výšek čerpadel na stejné hodnoty 2 l/min . Velikosti akčních veličin obou chladičů byly nastaveny na 50% jejich rozsahu. V takto definovaném pracovním bodě byly naměřeny odezvy na skokové změny akční veličiny pravého ohřívače, chladičů obou okruhů a řídicí veličiny podřízené regulační smyčky. Před změnou každé akční veličiny byla soustava uvedena do rovnovážného stavu. Stejně tak po změně akční veličiny bylo nutné soustavu znovu nechat ustálit v tomto novém rovnovážném stavu, aby bylo možné přesně odečíst hodnoty teplot v těchto ustálených stavech.

3.2 Identifikace pravého ohříváče

V kapitole 2.1.2 byl odvozen model ohříváče ve tvaru (2.19)

$$T_H \frac{d\mathcal{G}_{Vy}(t)}{dt} = K_H \mathcal{G}_{Vs}(t - \tau_3) - \mathcal{G}_{Vy}(t) + K_{Hi} u_H(t - \tau_4)$$

Tato rovnice představuje lineární přírůstkový model, platný pouze v určitých mezích od pracovního bodu, v němž je identifikován. Modely všech částí soustavy jsou uvažovány jako přírůstkové, přesto znak přírůstku Δ zde, a ani v dalším textu, nebude u výsledných modelů jednotlivých subsystémů uváděn kvůli zjednodušení.

Po zavedení indexů (viz kapitola 2) je získán zápis modelu chladiče ve tvaru

$$T_{RH1} \frac{d\mathcal{G}_{RH0}(t)}{dt} = K_{RH1} \mathcal{G}_{RHi}(t - \tau_{RH1}) - \mathcal{G}_{RH0}(t) + K_{RH2} u_{RH}(t - \tau_{RH2}) \quad (3.1)$$

Cílem je nyní určit hodnoty parametrů T_{RH1} , K_{RH1} , τ_{RH1} , K_{RH2} , τ_{RH2} . Pro zjištění jejich velikostí je nutné vyhodnotit odezvy vstupní a výstupní teploty ohříváče na změnu akční veličiny Δu_{RH} , a libovolné další (byla zvolena $\mathcal{G}_{LEi.SET}$).

Statické citlivosti K_{RH1} a K_{RH2} jsou určeny z lineárního přírůstkového modelu ve tvaru

$$\Delta \mathcal{G}_{RH0} = K_{RH1} \Delta \mathcal{G}_{RHi} + K_{RH2} \Delta u_{RH} \quad (3.2)$$

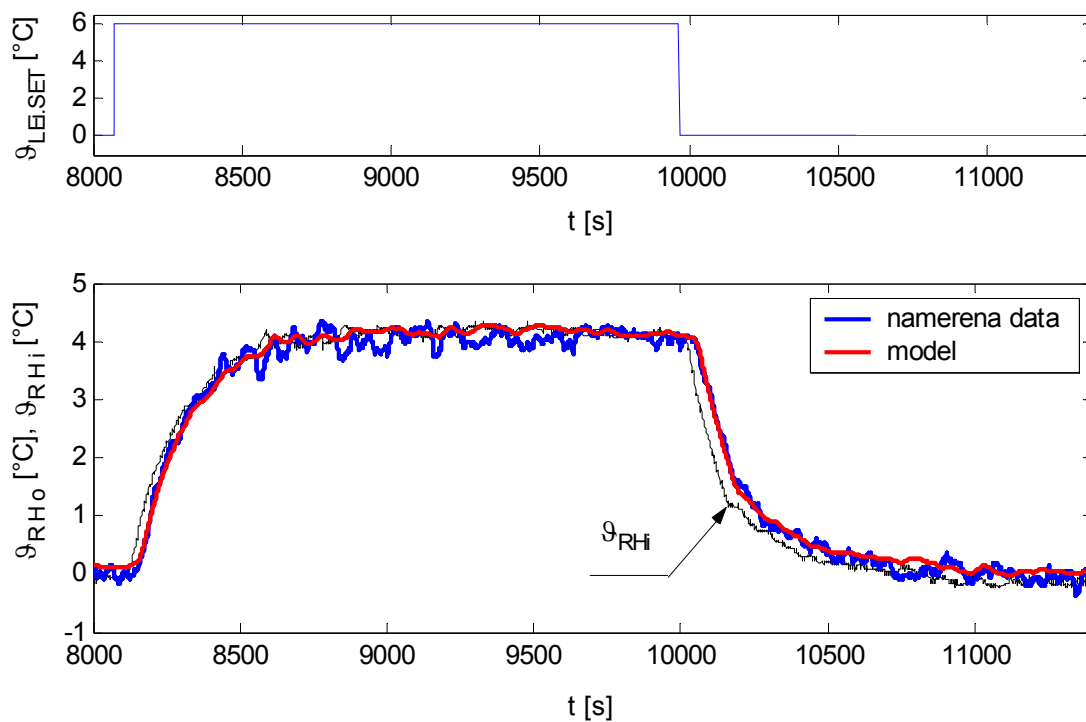
Statickou citlivost K_{RH1} lze vypočítat přímo z $K_{RH1} = \frac{\Delta \mathcal{G}_{RHi}}{\Delta \mathcal{G}_{RH0}}$, při uvažování $\Delta u_H = 0$.

Velikost toho parametru je určena z vyhodnocení odezev na změnu řídicí veličiny podřízené smyčky levého okruhu $\mathcal{G}_{LEi.SET}$ (kap. 3.5), viz naměřené průběhy na CD (složka Identifikace). Odečtené velikosti teplot v ustálených stavech a z nich vypočtené přírůstky teplot a hodnoty parametru K_{RH1} jsou uvedeny v Tab. 3.1. Po ověření těchto hodnot parametrů na modelu byla zvolena jako výsledná velikost $K_{RH1} = 0,96$.

Tab. 3.1 Výpočet statické citlivosti K_{RHI}

Čas změny akční veličiny [s]	ϑ_{RHi1} [°C]	ϑ_{RHi2} [°C]	$\Delta\vartheta_{RHi}$ [°C]	ϑ_{RH01} [°C]	ϑ_{RH02} [°C]	$\Delta\vartheta_{RH0}$ [°C]	K_{RHI} [-]
8072	56,5	60,65	4,15	64,9	68,93	4,03	0,971
9964	60,65	56,4	4,25	68,93	64,85	4,08	0,96
11380	56,4	59,15	2,75	64,85	67,55	2,65	0,963

Shoda modelu a výstupu pravého ohříváče při změně akční veličiny $\vartheta_{LEi.SET}$ je na Obr. 3.1



Obr. 3.1 Porovnání výstupní teploty pravého ohříváče ϑ_{RH0} z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny $\vartheta_{LEi.SET}$ v časech 8072s a 9964s, $\Delta\vartheta_{LEi.SET} = 6$.

Určení statické citlivosti K_{RH2} je již složitější, neboť změna akční veličiny u_{RH} ovlivní nejen téměř ihned výstupní teplotu ϑ_{RH0} , ale po určité době zpětně i ϑ_{RHi} .

$$K_{RH2} = \frac{\Delta\vartheta_{RH0} - K_{RHI}\Delta\vartheta_{RHi}}{\Delta u_H} \quad (3.3)$$

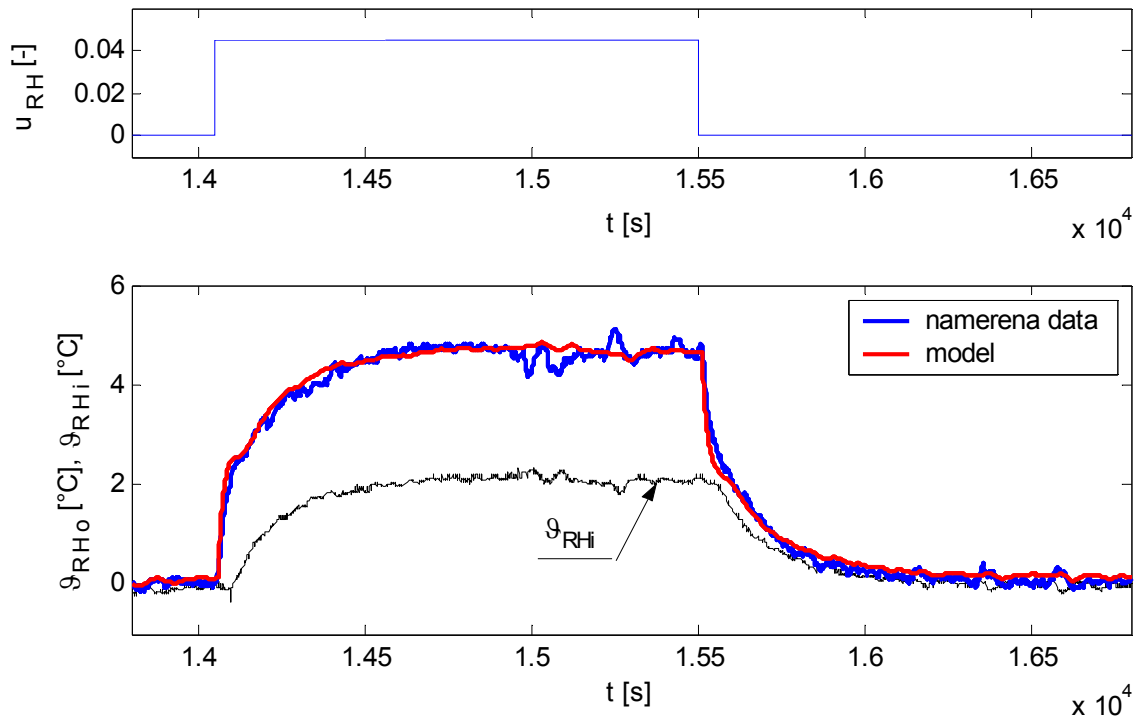
Do (3.3) je dosazena již vypočítaná hodnota K_{RH1} a hodnoty přírůstků teplot určených z odezev na změny akční veličiny u_{RH} , viz Tab. 3.2. Velikost parametru $K_{RH2} = 53,55$ uvažovaná v modelu, byla zvolena po otestování a doladění hodnot uvedených v Tab. 3.2.

Tab. 3.2 Výpočet statické citlivosti K_{RH2}

Čas změny akční veličiny [s]	ϑ_{RH1} [°C]	ϑ_{RH2} [°C]	$\Delta\vartheta_{RH1}$ [°C]	ϑ_{RH01} [°C]	ϑ_{RH02} [°C]	$\Delta\vartheta_{RH0}$ [°C]	Δu_{RH} [-]	K_{RH2} [-]
14047	56,4	58,6	2,2	64,45	69,25	4,6	0,045	55,28
15500	58,6	56,47	2,3	69,25	64,65	4,6	0,045	56,78

Zbylé neznámé parametry rovnice (3.1) $T_{RH1} = 25s$, $\tau_{RH1} = 11,5s$ a $\tau_{RH2} = 23s$ byly získány přímo z naměřených odezev a doladěny na modelu tak, aby vykazoval shodu s naměřenými daty.

Porovnání odezvy modelu pravého ohřivače na změnu akční veličiny u_{RH} s naměřenými daty je zobrazeno na Obr. 3.2.



Obr. 3.2 Porovnání výstupní teploty pravého ohřivače ϑ_{RH0} z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny u_{RH} v časech 14047s a 15500 s, $\Delta u_{RH} = 0,045$.

3.3 Identifikace chladičů

Pro model chladiče byla v kap. 2.1.2 odvozena nelineární rovnice, která je po linearizaci ve tvaru (2.16)

$$T_c \frac{d\mathcal{G}_{vy}(t)}{dt} = K_{CI} \mathcal{G}_{vs}(t - \tau_3) - \mathcal{G}_{vy}(t) + K_{C2} u_C(t - \tau_4) \quad (3.4)$$

Tento model je formálně shodný se zápisem modelu ohříváče (3.1). Shodný je i postup získání hodnot parametrů statických citlivostí, časových konstant a dopravních zpoždění.

3.3.1 Levý chladič

Model levého chladiče lze po přiřazení indexů do (3.4) (viz kap. 2) napsat ve tvaru

$$T_{LC1} \frac{d\mathcal{G}_{LC0}(t)}{dt} = K_{LC1} \mathcal{G}_{LCi}(t - \tau_{LC1}) - \mathcal{G}_{LC0}(t) + K_{LC2} u_{LC}(t - \tau_{LC2}) \quad (3.5)$$

Statické citlivosti jsou získány z lineárního přírůstkového tvaru (3.6). Velikost parametru K_{LC1} je určena z vyhodnocení odezev na změnu řídicí veličiny podřízené smyčky levého okruhu $\mathcal{G}_{LEi \cdot SET}$, stejně jako u modelu chladiče, viz Tab. 3.3. Parametr K_{LC2} (Tab. 3.4) je určen z odezev na skokovou změnu akční veličiny u_{LC} (CD složka Identifikace).

$$\Delta \mathcal{G}_{LC0} = K_{LC1} \Delta \mathcal{G}_{LCi} + K_{LC2} \Delta u_{LC} \quad (3.6)$$

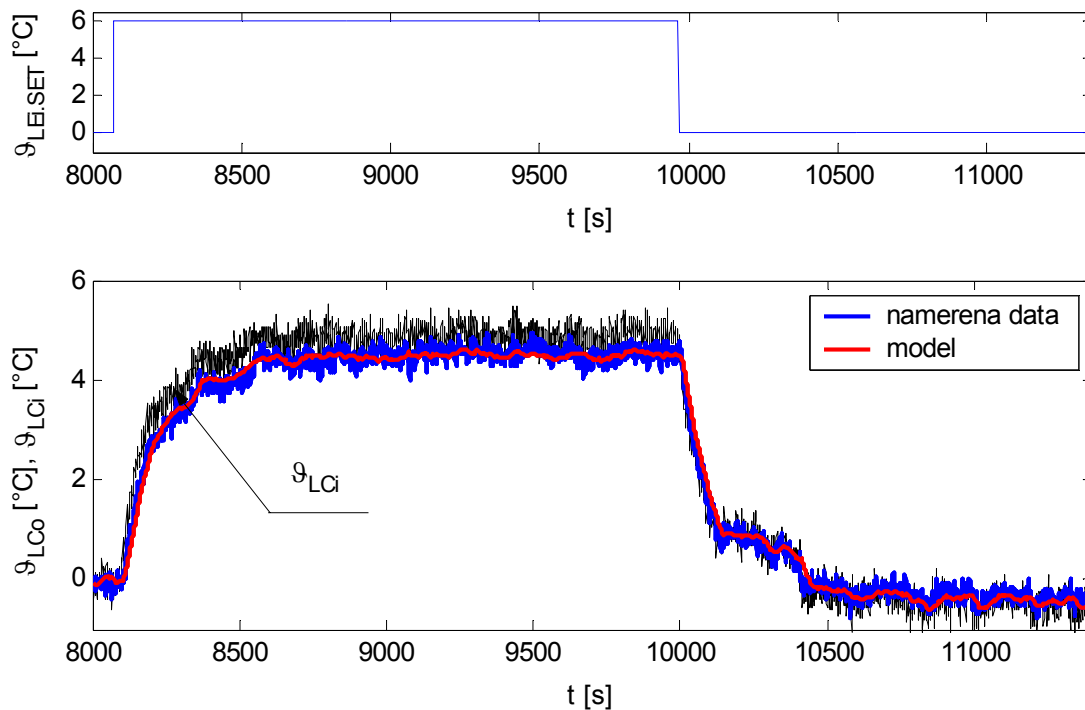
Tab. 3.3 Výpočet statické citlivosti K_{LC1}

Čas změny akční veličiny [s]	\mathcal{G}_{LCi1} [°C]	\mathcal{G}_{LCi2} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{LCi}$ [°C]	\mathcal{G}_{LC01} [°C]	\mathcal{G}_{LC02} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{LC0}$ [°C]	K_{LC1} [-]
8072	60	64,9	4,9	56,1	60,65	4,55	0,928
9964	64,9	59,55	5,35	60,65	55,75	4,9	0,916
11380	59,55	62,8	3,25	55,75	58,75	3	0,923

Tab. 3.4 Výpočet statické citlivosti K_{LC2}

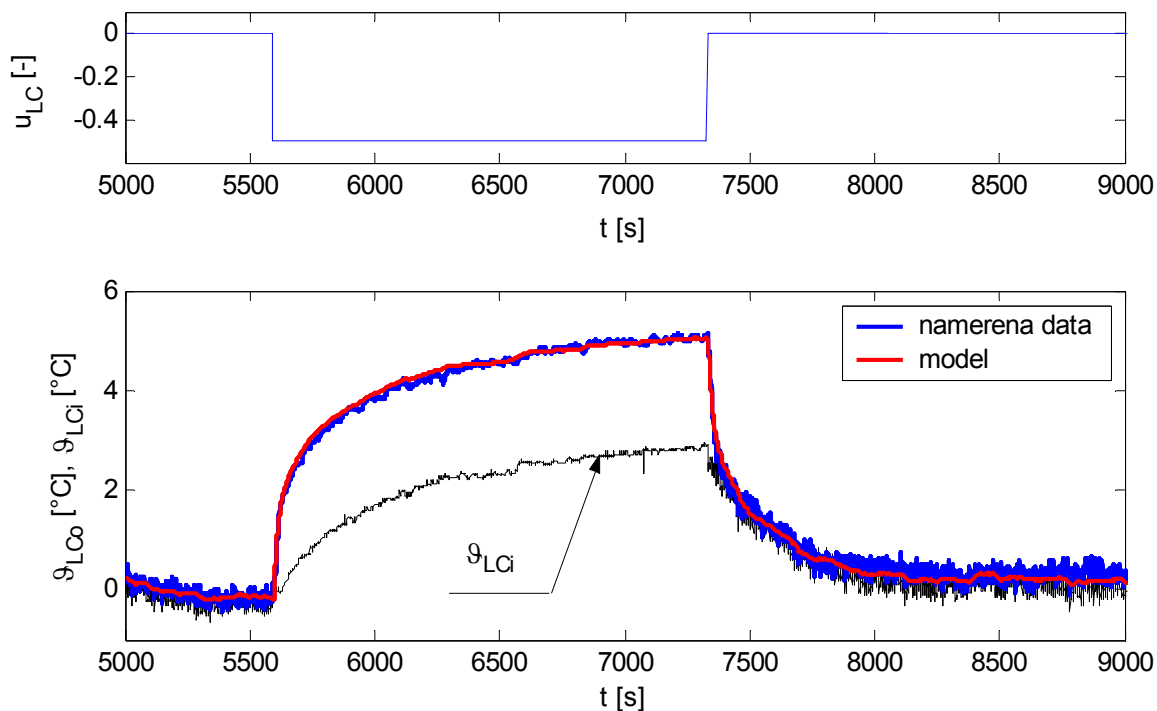
Čas změny akční veličiny [s]	ϑ_{LCi1} [°C]	ϑ_{LCi2} [°C]	$\Delta\vartheta_{LCi}$ [°C]	ϑ_{LCo1} [°C]	ϑ_{LCo2} [°C]	$\Delta\vartheta_{LCo}$ [°C]	Δu_{LC} [-]	K_{LC2} [-]
5592	61,8	65,2	3,4	57,65	62,9	5,25	0,5	4,24
7329	65,2	62,2	3	62,9	58,5	4,4	0,5	3,28

Výsledné hodnoty parametrů byly zvoleny $K_{LC1} = 0,92$ a $K_{LC2} = 4,24$. Parametry určené přímo z modelu jsou $T_{LC1} = 15s$, $\tau_{LC1} = 5s$ a $\tau_{LC2} = 6s$. Porovnání odezev modelu a s naměřenými daty výstupu chladiče při změně akční veličiny $\vartheta_{LEi.SET}$ je uvedeno na Obr. 3.3, při skokové změně akční veličiny u_{LC} na Obr. 3.4.



Obr. 3.3 Porovnání výstupní teploty levého chladiče ϑ_{LCo} z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny $\vartheta_{LEi.SET}$ v časech 8072s a 9964 s, $\Delta\vartheta_{LEi.SET} = 6$.

Signály teplot na vstupu i výstupu z chladiče vykazují velkou přítomnost šumu (stejně tak i v případě pravého chladiče). To je způsobeno blízkostí měřících teploměrů od zdrojů rušení (stejnoseměrné motory pohánějící ventilátory chladičů).



Obr. 3.4 Porovnání výstupní teploty levého chladiče ϑ_{LCo} z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny u_{LC} v časech 5592s a 7329s, $\Delta u_{LC} = 0, 5$.

3.3.2 Pravý chladič

Model pravého chladiče (3.7) je formálně shodný s (3.5). Shodně je provedená i jeho identifikace, proto již budou uvedeny pouze výsledky ve formě tabulek (Tab. 3.5, Tab. 3.6) a grafů porovnání výstupu modelu s naměřenými daty (Obr. 3.5, Obr. 3.6).

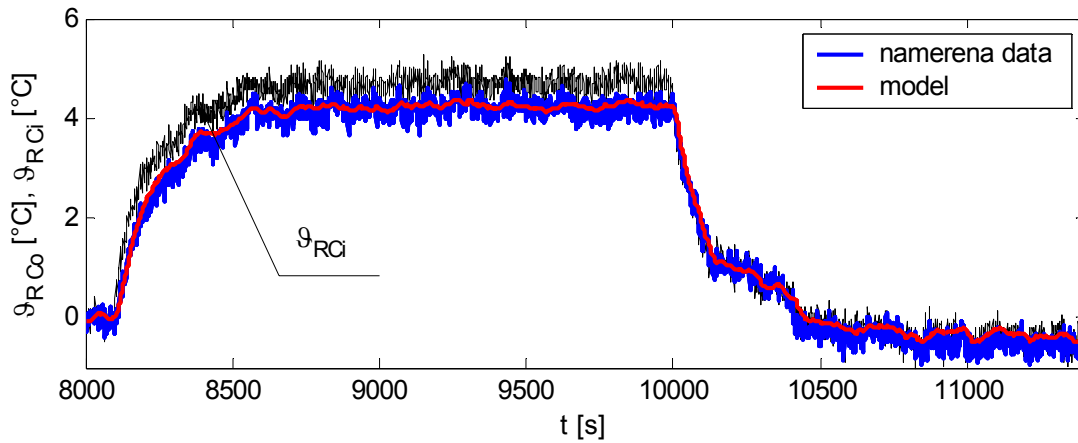
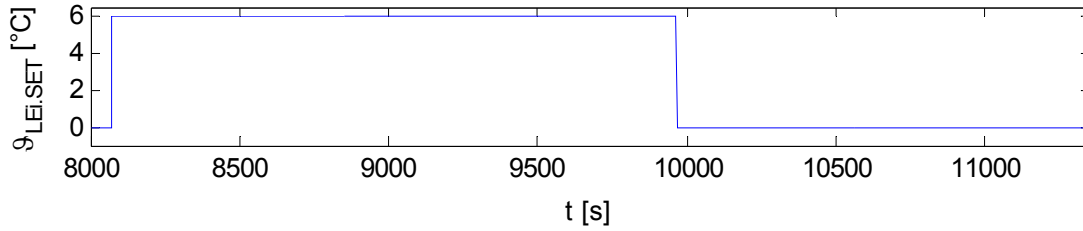
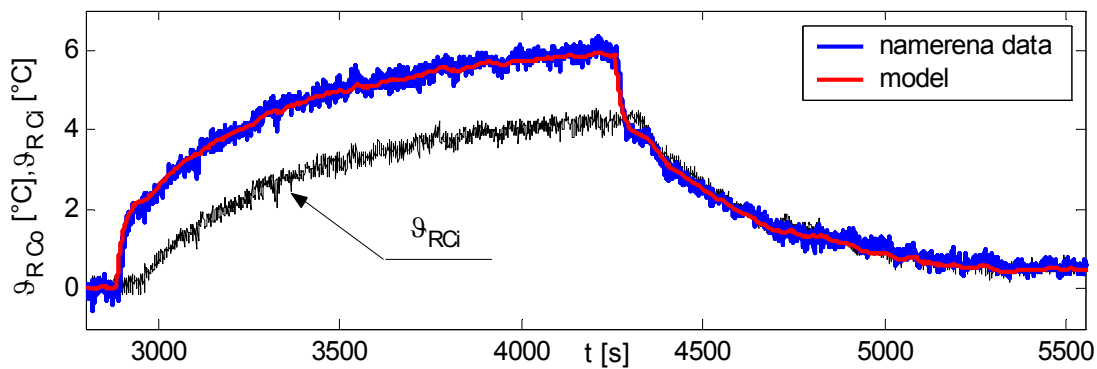
$$T_{RC1} \frac{d\vartheta_{RCo}(t)}{dt} = K_{RC1} \vartheta_{RCi}(t - \tau_{RC1}) - \vartheta_{RCo}(t) + K_{RC2} u_{RC}(t - \tau_{RC2}) \quad (3.7)$$

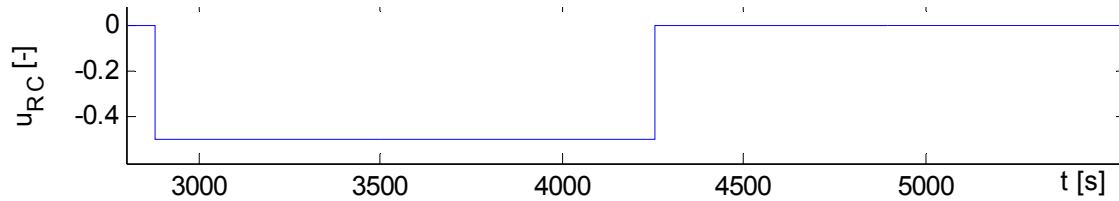
Tab. 3.5 Výpočet statické citlivosti K_{RC1}

Čas změny akční veličiny [s]	ϑ_{RCi1} [°C]	ϑ_{RCi2} [°C]	$\Delta\vartheta_{RCi}$ [°C]	ϑ_{RCo1} [°C]	ϑ_{RCo2} [°C]	$\Delta\vartheta_{RCo}$ [°C]	K_{RC1} [-]
8072	60,85	65,6	4,75	57	61,2	4,2	0,884
9964	65,6	60,45	5,15	61,2	56,45	4,75	0,922
11380	60,45	63,6	3,15	56,45	59,3	2,85	0,905

Tab. 3.6 Výpočet statické citlivosti K_{RC2}

Čas změny akční veličiny [s]	ϑ_{RCi1} [°C]	ϑ_{RCi2} [°C]	$\Delta\vartheta_{RCi}$ [°C]	ϑ_{RCo1} [°C]	ϑ_{RCo2} [°C]	$\Delta\vartheta_{RCo}$ [°C]	Δu_{RC} [-]	K_{RC2} [-]
2880	62	66,3	4,3	58,35	64,4	6,05	0,5	4,36
4254	66,3	62,5	3,8	64,4	58,9	5,5	0,5	4,16

Obr. 3.5 Porovnání výstupní teploty pravého chladiče ϑ_{RCo} z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny $\vartheta_{LEi.SET}$ v časech 8072s a 9964s, $\Delta\vartheta_{LEi.SET} = 6$.Obr. 3.6 Porovnání výstupní teploty pravého chladiče ϑ_{RCo} z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny u_{RC} v časech 2880s a 4254s, $\Delta u_{RC} = 0,5$.



Obr. 3.7 Průběh akční veličiny

Velikosti parametrů určených z odezev jsou $T_{RC1} = 17s$, $\tau_{RC1} = 5s$ a $\tau_{RC2} = 6s$.

3.4 Identifikace deskového výměníku

Model deskového výměníku (2.31) obsahuje čtyři neznámé parametry T_{LE} , T_{RE} , κ_{LE} a κ_{RE} . Koeficienty přestupu tepla jsou počítány vztahem (3.9) odvozeném z přírůstkového tvaru (3.8). Přírůstky teplot jsou opět určeny z ustálených stavů teplot před a po změně akční veličiny $\vartheta_{LEi.SET}$, viz Tab. 3.7. Časové konstanty jsou získány porovnáním modelu a naměřených dat tak, aby vykazovaly vzájemnou shodu.

$$\Delta\vartheta_{LEo} = \Delta\vartheta_{LEi} - \kappa_{LE} \left(\frac{\Delta\vartheta_{LEi} - \Delta\vartheta_{REi}}{2} + \frac{\Delta\vartheta_{LEo} - \Delta\vartheta_{REo}}{2} \right) \quad (3.8)$$

$$\Delta\vartheta_{REo} = \Delta\vartheta_{REi} + \kappa_{RE} \left(\frac{\Delta\vartheta_{LEi} - \Delta\vartheta_{REi}}{2} + \frac{\Delta\vartheta_{LEo} - \Delta\vartheta_{REo}}{2} \right)$$

$$\kappa_{LE} = (\Delta\vartheta_{LEi} - \Delta\vartheta_{LEo}) / \left(\frac{\Delta\vartheta_{LEi} - \Delta\vartheta_{REi}}{2} + \frac{\Delta\vartheta_{LEo} - \Delta\vartheta_{REo}}{2} \right) \quad (3.9)$$

$$\kappa_{RE} = (\Delta\vartheta_{REo} - \Delta\vartheta_{REi}) / \left(\frac{\Delta\vartheta_{LEi} - \Delta\vartheta_{REi}}{2} + \frac{\Delta\vartheta_{LEo} - \Delta\vartheta_{REo}}{2} \right)$$

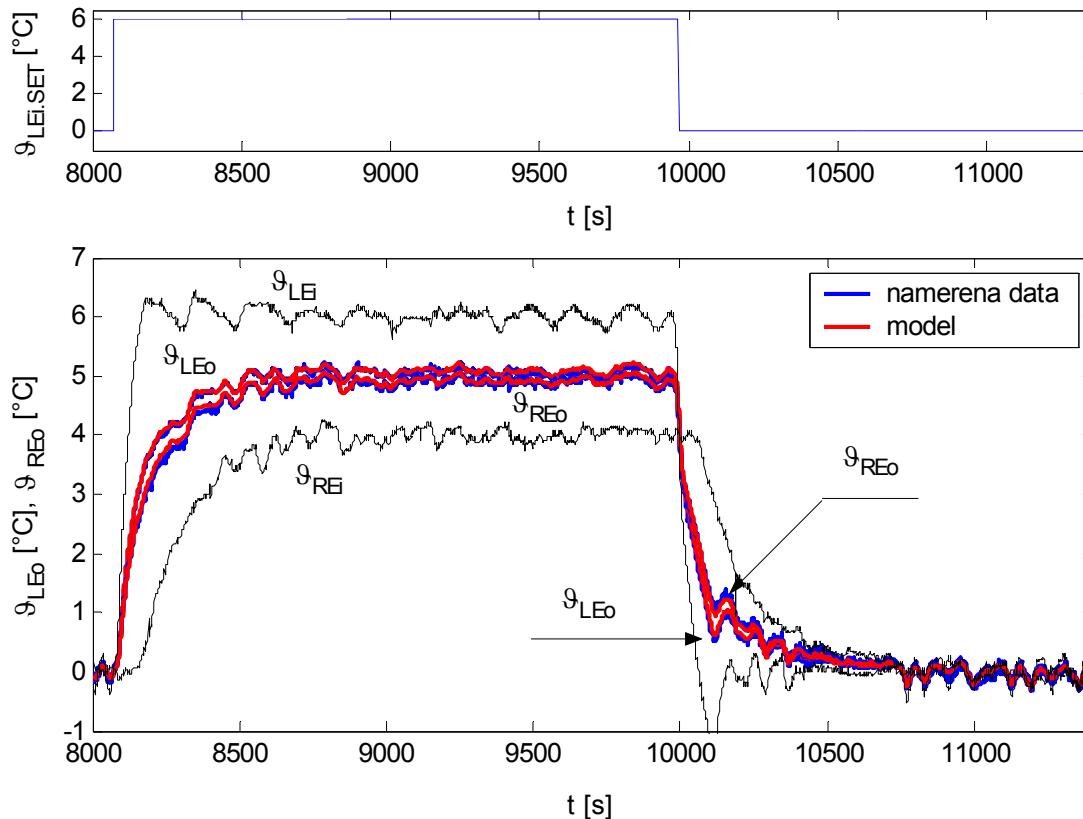
Tab. 3.7 Výpočet koeficientů κ_{RE} a κ_{LE}

Čas změny akční veličiny [s]	ϑ_{LEi1} [°C]	ϑ_{LEi2} [°C]	$\Delta\vartheta_{LEi}$ [°C]	ϑ_{LEo1} [°C]	ϑ_{LEo2} [°C]	$\Delta\vartheta_{LEo}$ [°C]	ϑ_{REi1} [°C]
8072	60	66	6	61,9	66,95	5,05	63,9
9964	66	60	6	66,95	61,83	5,12	67,87

Tab. 3.7 Výpočet koeficientů κ_{RE} a κ_{LE}

Čas změny akční veličiny [s]	ϑ_{REi2} [°C]	$\Delta\vartheta_{REi}$ [°C]	ϑ_{REo1} [°C]	ϑ_{REo2} [°C]	$\Delta\vartheta_{REo}$ [°C]	κ_{LE} [-]	κ_{RE} [-]
8072	67,87	3,97	62,05	66,97	4,92	0,8796	0,8796
9964	63,8	4,07	66,97	62	4,97	0,846	0,846

Pro model byly použity parametry o velikosti $\kappa_{RE} = 0,85$, $\kappa_{LE} = 0,85$ a časové konstanty $T_{RE} = 3s$, $T_{LE} = 3s$. Shoda modelu s naměřenými výstupy deskového je zobrazena na Obr. 3.8.

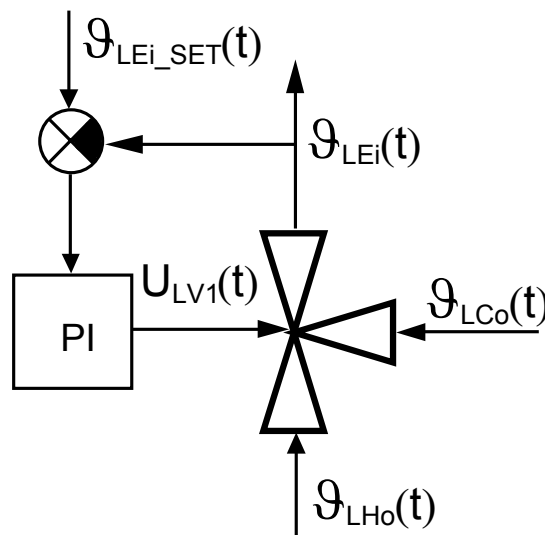


Obr. 3.8 Porovnání výstupních teplot deskového výměníku ϑ_{LEo} a ϑ_{REo} z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny $\vartheta_{LEi \cdot SET}$ v časech 8072s a 9964s, $\Delta\vartheta_{LEi \cdot SET} = 6$.

3.5 Náhradní model regulační smyčky levého okruhu

Dynamika směšovacího ventilu je popsána odvozenou diferenciální rovnicí (2.33). Touto rovnicí popsaný model by bylo možné po linearizaci identifikovat obdobným způsobem,

který byl použit v předchozích kapitolách. Nicméně vzhledem k velmi pomalé dynamice levého ohřívače akumulčního typu, který se ukázal pro řízení teploty v levém okruhu jako nevhodný, byla vytvořena podřízená regulační smyčka s PI regulátorem, jejímž vstupem je žádaná hodnota $\vartheta_{LEi \cdot SET}$ a který reguluje teplotu ϑ_{LEi} pomocí směšování proudu teplé vody z ohřívače a vratné ochlazené vody z chladiče. $\vartheta_{LEi \cdot SET}$ tedy představuje žádanou teplotu na levém vstupu deskového výměníku. Schéma této smyčky je uvedeno na Obr. 3.9.



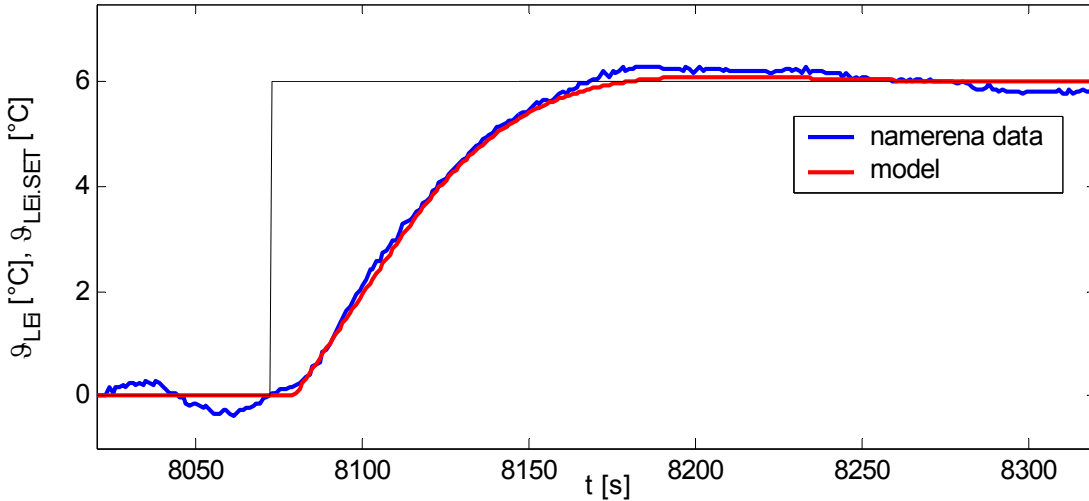
Obr. 3.9 Podřízený regulační obvod

Vnitřní parametry PI regulátoru byly naladěny experimentální metodou podle Zieglera-Nicholse [10] na hodnoty $r_0 = 0,08$ a $T_i = 20s$.

Tento obvod, jehož výsledný přenos je 2. řádu, byl aproximován soustavou 1. řádu ve tvaru (3.10). Tento tvar soustavy, jež obsahuje dopravní zpoždění i u samotné výstupní veličiny, je vhodný pro aproximaci soustav vyšších řádu [17].

$$T_{LE1} \frac{d\vartheta_{LEi}(t)}{dt} + \vartheta_{LEi}(t - \tau_{LE1}) = \vartheta_{LEi \cdot SET}(t - \tau_{LE2}) \quad (3.10)$$

Neznámé parametry (3.10) byly stanoveny z odezev na skokové změny žádané veličiny $\vartheta_{LEi \cdot SET}$. Jejich velikosti jsou $T_{LE1} = 63s$, $\tau_{LE1} = 29s$ a $\tau_{LE2} = 7s$. Vzájemné porovnání výstupu modelu s naměřenými daty je zobrazeno na Obr. 3.10.



Obr. 3.10 Porovnání výstupní teploty podřízeného obvodu ϑ_{LEi} z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny $\vartheta_{LEi \cdot SET}$ v čase 8072s, $\Delta\vartheta_{LEi \cdot SET} = 6$.

Modely ventilů L_2 a R nebyly identifikované. Ve zvoleném pracovním bodě, jak je uvedeno na začátku kapitoly 3, je jedna jejich větev zcela uzavřena. Jejich případné změny akčních veličin na reálné soustavě jsou proto uvažovány pouze jako zátěžové.

3.6 Identifikace potrubí

Model potrubí (2.35) byl odvozen v kapitole 2.1.5. Tímto modelem je nutné popsat dynamiku probíhající v potrubí před vstupem do pravého ohříváče, pravé části deskového výměníku, pravého a levého chladiče, viz (3.11). Potrubí před vstupem do levého ohříváče není identifikováno, neboť jak bylo řečeno na začátku kapitoly, ohříváč je nastaven na konstantní teplotu výstupu. Identifikovat model tohoto potrubí tedy není třeba, neboť v celkovém modelu se neuvažuje.

$$\begin{aligned}
 T_{RH2} \frac{d\vartheta_{RH_i}(t)}{dt} + \vartheta_{RH_i}(t) &= K_{RH3} \vartheta_{RC_o}(t - \tau_{RH3}) \\
 T_{RE1} \frac{d\vartheta_{RE_i}(t)}{dt} + \vartheta_{RE_i}(t) &= K_{RE1} \vartheta_{Rho}(t - \tau_{RE1}) \\
 T_{RC2} \frac{d\vartheta_{RC_i}(t)}{dt} + \vartheta_{RC_i}(t) &= K_{RC3} \vartheta_{RE_o}(t - \tau_{RC3}) \\
 T_{LC2} \frac{d\vartheta_{LC_i}(t)}{dt} + \vartheta_{LC_i}(t) &= K_{LC3} \vartheta_{LE_o}(t - \tau_{LC3})
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Výpočty statických citlivostí uvedených v Tab. 3.8 jsou opět vypočteny z přírůstků získaných z odezev na změnu akční veličiny $\mathcal{G}_{LEi \cdot SET}$.

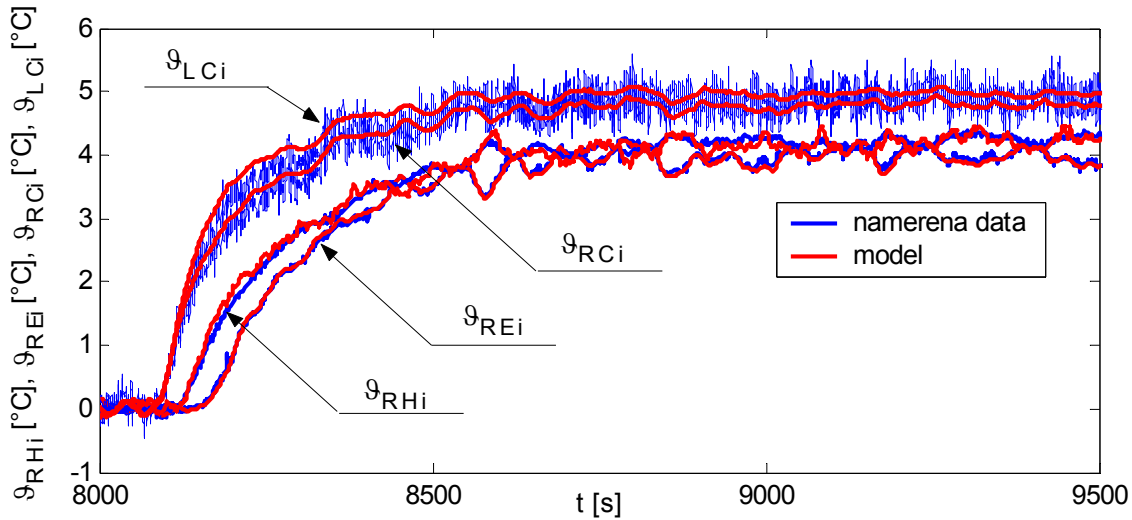
Tab. 3.8 Výpočet koeficientů statických citlivostí modelů potrubí

Čas změny akční veličiny [s]	\mathcal{G}_{RCo1} [°C]	\mathcal{G}_{RCo2} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{RCo}$ [°C]	\mathcal{G}_{RH1i} [°C]	\mathcal{G}_{RH2} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{RH}$ [°C]	\mathcal{G}_{RH01} [°C]
8072	56,92	61,2	4,28	56,5	60,65	4,15	64,9
11380	56,45	59,32	2,87	56,35	59,15	2,8	64,85
Čas změny akční veličiny [s]	\mathcal{G}_{RH02} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{RH0}$ [°C]	\mathcal{G}_{REi1} [°C]	\mathcal{G}_{REi2} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{REi}$ [°C]	\mathcal{G}_{RE01} [°C]	\mathcal{G}_{RE02} [°C]
8072	68,95	4,05	63,85	67,85	4	62,05	66,96
11380	67,55	2,7	63,8	66,45	2,65	65,25	62
Čas změny akční veličiny [s]	$\Delta \mathcal{G}_{RE0}$ [°C]	\mathcal{G}_{RCi1} [°C]	\mathcal{G}_{RCi2} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{RCi}$ [°C]	\mathcal{G}_{LE01} [°C]	\mathcal{G}_{LE02} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{LE0}$ [°C]
8072	4,91	60,8	65,6	4,8	56,92	61,2	4,28
11380	3,25	60,45	63,6	3,15	56,45	59,32	2,87
Čas změny akční veličiny [s]	\mathcal{G}_{LCi1} [°C]	\mathcal{G}_{LCi2} [°C]	$\Delta \mathcal{G}_{LCi}$ [°C]	K_{RH3} [-]	K_{RE1} [-]	K_{RC3} [-]	K_{LC3} [-]
8072	56,5	60,65	4,15	0,9696	0,987	0,979	0,9696
11380	56,35	59,15	2,8	0,975	0,981	0,969	0,975

Na modelu byly nejprve testovány parametry vypočtené aritmetickým průměrem z Tab. 3.8 a poté doladěné na konečné hodnoty $K_{RH3} = 0,973$, $K_{RE1} = 0,983$, $K_{RC3} = 0,975$ a $K_{LC3} = 0,97$.

Velikosti časových konstant byly zvoleny shodně $T_{RH2} = T_{RE1} = T_{RC2} = T_{LC2} = 5s$ a dopravní zpoždění $\tau_{RH3} = 15s$, $\tau_{RE1} = 5s$, $\tau_{RC3} = 5s$, $\tau_{LC3} = 5s$.

Porovnání modelů potrubí a výstupů naměřených na soustavě je zobrazeno na Obr. 3.11. Pro přehlednost nejsou zobrazeny vstupní teploty v jednotlivých potrubích. Průběh akční veličiny je shodný s uvedeným na Obr. 3.8.



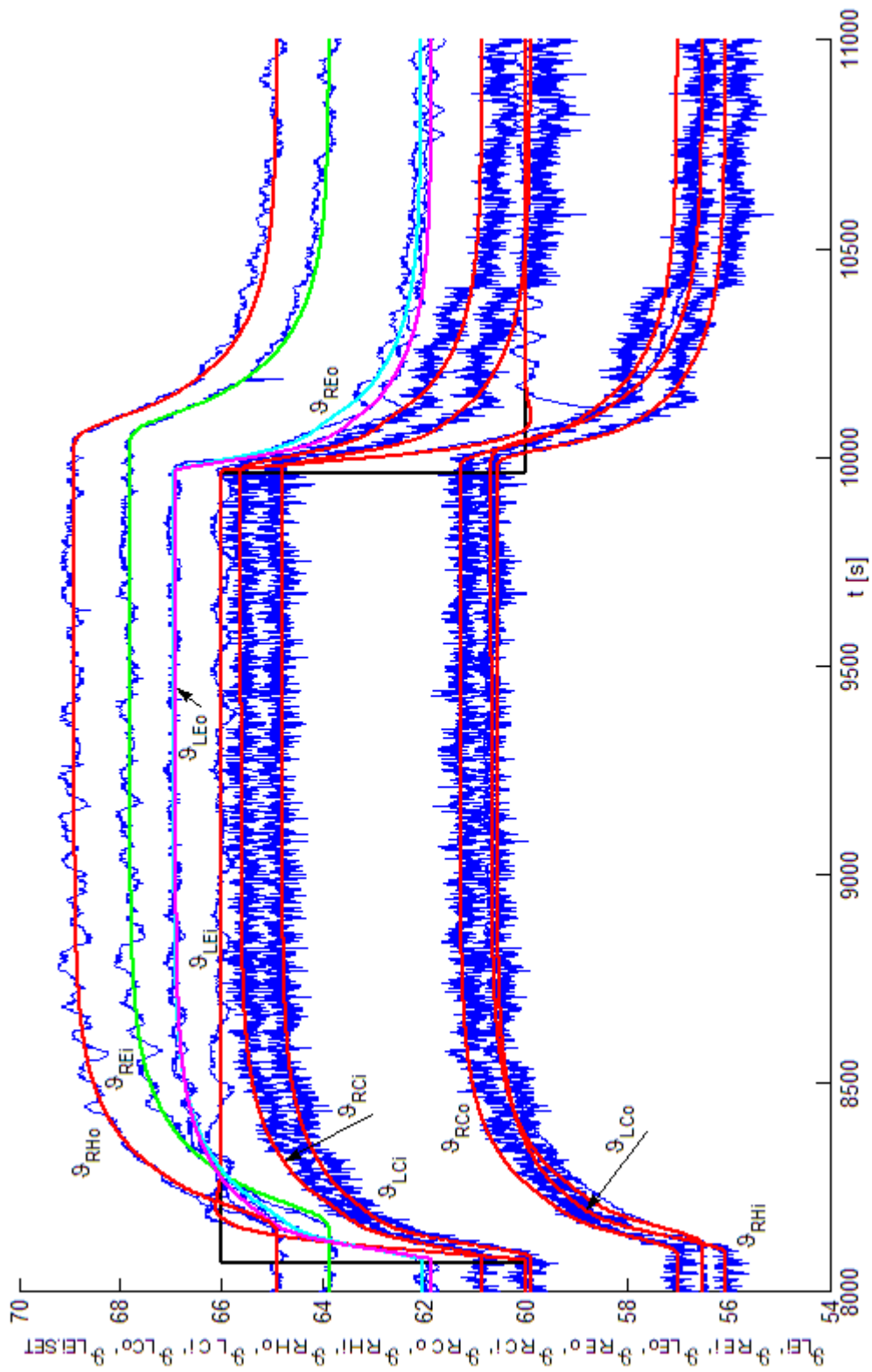
Obr. 3.11 Porovnání výstupních teplot jednotlivých potrubí z modelu s naměřenými daty, při skokové změně akční veličiny $\vartheta_{LEi \cdot SET}$ v časech $8072s$, $\Delta\vartheta_{LEi \cdot SET} = 6$.

3.7 Výsledný model tepelné soustavy

Laboratorní tepelná soustava je na základě předchozí identifikace popsána deseti diferenciálními rovnicemi prvního řádu - (3.1), (3.5), (3.7), (2.31), (3.10) a (3.11). Všechny tyto rovnice je možné přímo převést pomocí Laplaceovy transformace do obrazového tvaru a zapsat ve stavové formulaci (1.11), kde

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x}(s) &= \begin{bmatrix} \vartheta_{RHi}(s) \\ \vartheta_{RHo}(s) \\ \vartheta_{REi}(s) \\ \vartheta_{REo}(s) \\ \vartheta_{RCi}(s) \\ \vartheta_{RCo}(s) \\ \vartheta_{LEi}(s) \\ \vartheta_{LEo}(s) \\ \vartheta_{LCi}(s) \\ \vartheta_{LCo}(s) \end{bmatrix} & \mathbf{B}(s) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{RH2} \cdot e^{-s\tau_{RH2}}}{T_{RH1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{RC2} \cdot e^{-s\tau_{RC2}}}{T_{RC1}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{e^{-s\tau_{LE2}}}{T_{LE1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{K_{LC2} \cdot e^{-s\tau_{LC2}}}{T_{LC1}} \end{bmatrix} \\
 \mathbf{u}(s) &= \begin{bmatrix} u_{RH} & u_{RC} & \vartheta_{LEi \cdot SET} & u_{LC} \end{bmatrix}^T \\
 (3.12) &
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}(s) = \begin{bmatrix}
 -\frac{1}{T_{RH2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{RH3} \cdot e^{-s\tau_{RH3}}}{T_{RH2}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{K_{RHI} \cdot e^{-s\tau_{RHI}}}{T_{RHI}} & -\frac{1}{T_{RHI}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{K_{REI} \cdot e^{-s\tau_{REI}}}{T_{REI}} & -\frac{1}{T_{REI}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{1 - \kappa_{RE}/2}{T_{RE2}} & \frac{1 + \kappa_{RE}/2}{T_{RE2}} & 0 & 0 & \frac{\kappa_{RE}}{2T_{RE2}} & \frac{\kappa_{RE}}{2T_{RE2}} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{K_{RC3} \cdot e^{-s\tau_{RC3}}}{T_{RC2}} & -\frac{1}{T_{RC2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{RCI} \cdot e^{-s\tau_{RCI}}}{T_{RCI}} & -1/T_{RCI} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-e^{-s\tau_{LEI}}}{T_{LEI}} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{\kappa_{LE}}{2T_{LE2}} & \frac{\kappa_{LE}}{2T_{LE2}} & 0 & 0 & \frac{1 - \kappa_{LE}/2}{T_{LE2}} & \frac{1 + \kappa_{LE}/2}{T_{LE2}} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{LC3} \cdot e^{-s\tau_{LC3}}}{T_{LC2}} & -\frac{1}{T_{LC2}} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_{LCI} \cdot e^{-s\tau_{LCI}}}{T_{LCI}} & -\frac{1}{T_{LCI}}
 \end{bmatrix}$$



Obr. 3.12 Shoda modelu s měřením provedeném na soustavě

Velikosti všech identifikovaných parametrů jsou v uvedeny v Tab. 3.9, kde jsou seřazeny v souladu se zápisem (3.12).

Tab. 3.9 Číselné hodnoty parametrů systému (3.12)

1	$K_{RH3} = 0,973, T_{RH2} = 5s, \tau_{RH3} = 15s$
2	$K_{RH1} = 0,96, K_{RH2} = 53,55, T_{RH1} = 25s, \tau_{RH1} = 11,5s, \tau_{RH2} = 23s$
3	$K_{RE1} = 0,983, T_{RE1} = 5s, \tau_{RE1} = 5s$
4	$\kappa_{RE} = 0,85, T_{RE} = 3s$
5	$K_{RH3} = 0,973, T_{RC2} = 5s, \tau_{RC3} = 5s$
6	$K_{RC1} = 0,9, K_{RC2} = 4,26, T_{RC1} = 17s, \tau_{RC1} = 5s, \tau_{RC2} = 6s$
7	$T_{LE1} = 63s, \tau_{LE1} = 29s, \tau_{LE2} = 7s$
8	$\kappa_{LE} = 0,85, T_{LE} = 3s$
9	$K_{LC3} = 0,97, T_{LC2} = 5s, \tau_{LC3} = 5s$
10	$K_{LC1} = 0,92, K_{LC2} = 4,24, T_{LC1} = 15s, \tau_{LC1} = 5s, \tau_{LC2} = 6s$

4 STAVOVÁ REGULACE

4.1 Spektrum pólů lineárního systému

Lineárnímu systému popsanému (1.3) lze přiřadit charakteristický polynom [14,15], daný determinantem

$$M(s) = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}] \quad (4.1)$$

kde $\mathbf{I} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ je jednotková matice.

Póly systému mohou být obecně trojího druhu:

- reálné
- komplexně sdružené
- vícenásobné reálné nebo komplexně sdružené

Polohu pólů získáme řešením charakteristické rovnice systému

$$M(s) = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}] = 0 \quad (4.2)$$

Z hlediska stability je nutné, aby reálné póly a nebo případně reálné části komplexních kořenů ležely v levé části komplexní roviny. Vyhodnocením polohy pólu systému lze tedy vždy jednoznačně určit zda je systém stabilní. Další kritéria stability lze nalézt v [1,18].

Řešením charakteristické rovnice (4.2), příslušející lineárnímu systému bez dopravního zpoždění (1.3), je konečný počet pólů. Tento počet je určen řádem systému n .

Lineárnímu systému s dopravním zpožděním (1.10) přísluší charakteristický kvazipolynom [13,14,16], daný determinantem (4.3).

$$M(s) = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}(s)] \quad (4.3)$$

Změnou oproti zápisu (4.1) je matice $\mathbf{A}(s)$, která je v tomto případě maticí funkcionální (Kapitola 1.3). Řešením (4.3) je neomezeně velký soubor hodnot v komplexním oboru [14].

4.2 Výpočet kořenů kvazipolynomiální funkce

Pro odhad pólů systému určeného (4.3) byl použit algoritmus založený na mapování kvazipolynomiální funkce (Quasi-Polynomial Mapping Based Rootfinder (QPMR), [3]). Algoritmus lze popsat následujícími kroky:

- 1 Definování intervalu $D = [\beta_{min}, \beta_{max}] \times [\omega_{min}, \omega_{max}]$, ve kterém budou kořeny funkce $M(s)$ hledány. Definování kroku Δ_S (kde Δ_S je vzdálenost bodů mřížky).
- 2 Oblast D je pokryta mřížkou $\beta_k = \beta_{min} + k\Delta_S$, $\omega_k = \omega_{min} + l\Delta_S$.
- 3 Pro každé $\beta_k + j\omega_l$ jsou vypočteny $M(\beta_k, \omega_l)$, $R(\beta_k, \omega_l)$ a $I(\beta_k, \omega_l)$ (vzniknou rozdělením char. kvazipolynomu na reálnou a imaginární část).
- 4 Aproximace křivek $R(\beta, \omega) = 0$ a $I(\beta, \omega) = 0$ pomocí funkce contour [12]. Určení průsečíků těchto křivek a stanovení odhadů kořenů $s_{i,0} = \beta_{ri} + j\omega_{ri}$.
- 5 Přesnost odhadu kořene je zvýšena Newtonovou iterační metodou [12,19].

$$s_{i,k+1} = s_{i,k} - \frac{M(s_{i,k})}{M'(s_{i,k})}, \text{ kde } s_{i,0} \text{ je počáteční hodnota a } i=1,2,\dots$$

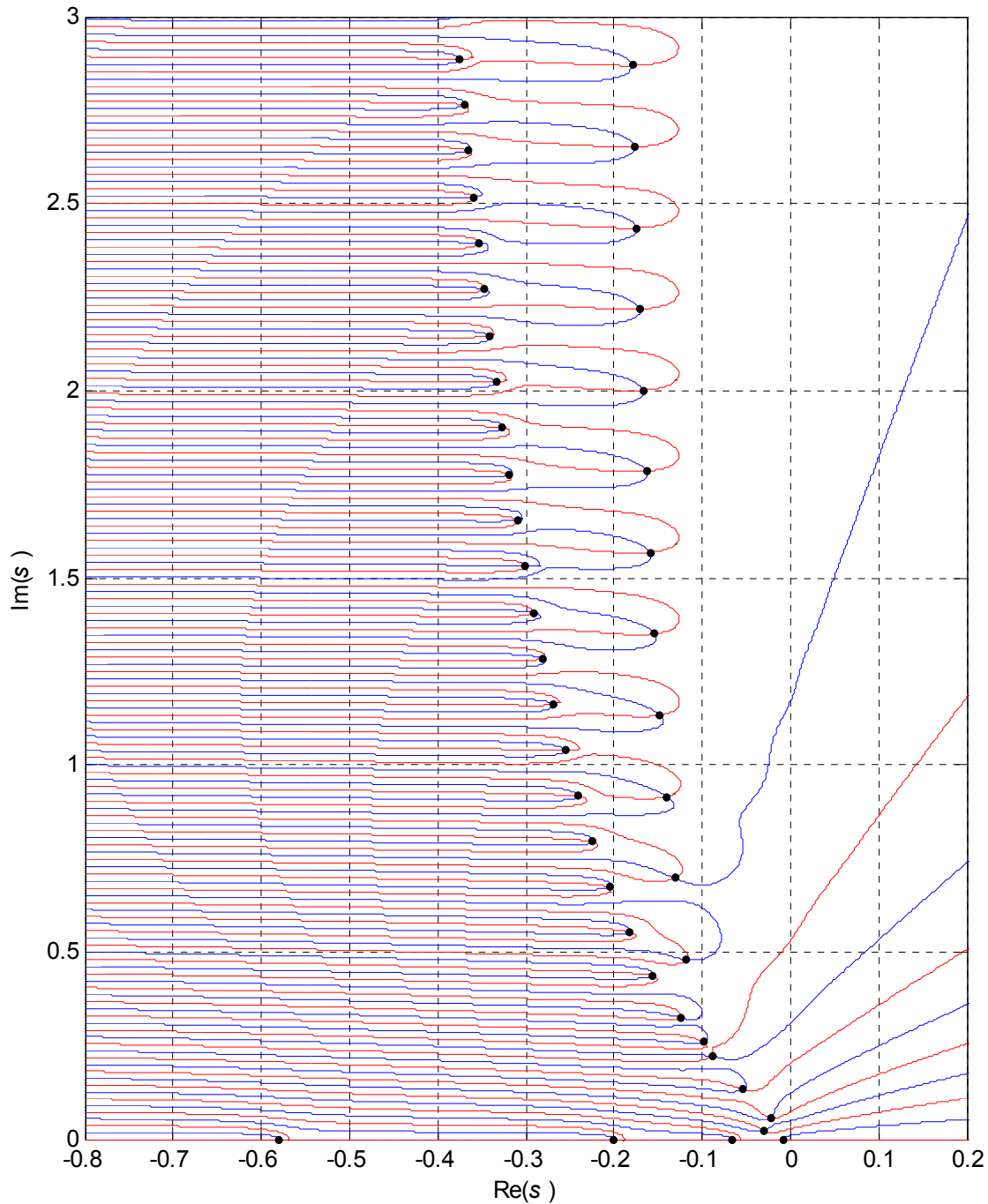
Část vypočteného spektra $S_p(\mathcal{A}(s)) = \{\lambda_i\}$ spolu s křivkami $R(\beta, \omega) = 0$ a $I(\beta, \omega) = 0$, při parametrech $\Delta_S = 0,002$ a $D = [-0,8;0,2] \times [0;3]$ je znázorněná na Obr. 4.1. Póly nacházející se v $D = [-0,5;0,5] \times [0;0,5]$ jsou uvedené v Tab. 4.1.

Tab. 4.1 Póly systému

λ_i
-0.0072
-0.0293 + 0.0228i
-0.0220 + 0.0571i
-0.0667
-0.0535 + 0.1321i
-0.2000
-0.0891 + 0.2220i
-0.0985 + 0.2583i
-0.1246 + 0.3244i
-0.1561 + 0.4361i
-0.1185 + 0.4791i

Jak již bylo řečeno v úvodu kapitoly, řešení charakteristické rovnice lineárního systému s dopravním zpožděním (1.11) přísluší nekonečně velký soubor hodnot kořenů. Použitím algoritmu QPMR lze vyhodnotit polohu kořenů pouze v předem definované oblasti. Vzhledem k tomu, že na dynamiku systému mají vliv pouze dominantní póly [14], jenž se nalézají blízko počátku, stačí obvykle vyhodnotit polohu kořenů pouze v této oblasti.

Jelikož se žádný pól na Obr. 4.1 nenalézá na pravé straně komplexní poloroviny a reálné části pólů $Re(\lambda_i) < 0$, systém se stavovým popisem (3.12) je stabilní.



Obr. 4.1 Spektrum laboratorní soustavy tepelného výměníku určené maticí $A(s)$; křivky $R(\beta, \omega) = 0$ jsou znázorněny modrou a křivky $I(\beta, \omega) = 0$ červenou barvou

4.3 Změna dynamiky zpětnou vazbou od stavových veličin

Lineárnímu systému bez dopravního zpoždění (1.3) s jedním vstupem u , jehož původní spektrum je určeno pouze maticí A (viz kap. 4.2), lze přiřadit zpětnou vazbu ve tvaru

$$u(t) = -Kx(t) \quad (4.4)$$

kde $\mathbf{K} = [K_1, K_2, \dots, K_n]$ je matice koeficientů zpětné vazby [14]. Dosazením (4.4) do původní formulace stavového systému (1.3) je získán modifikovaný systém

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) - \mathbf{BK}\mathbf{x}(t) \quad (4.5)$$

Charakteristický polynom tohoto systému již není shodný s tvarem (4.1), nýbrž je roven

$$M(s) = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}] \quad (4.6)$$

Jak bylo uvedeno v kap. 4.2, řešením charakteristické rovnice $M(s) = 0$ jsou kořeny, které představují póly systému, a jenž významným způsobem formují jeho dynamiku [14]. Zpětnou vazbou ve tvaru (4.4) lze rozložení pólů systému měnit, neboť jsou nyní získány řešením rovnice

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A} + \mathbf{BK}] = 0 \quad (4.7)$$

Vhodnou volbou koeficientů matice \mathbf{K} lze tedy předepisovat polohu všech n pólů systému popsaného soustavou rovnic ve tvaru (4.5). Pomocí zpětné vazby od stavových proměnných je možné tedy nejen měnit dynamiku (4.5), ale i obecně nestabilní systém převést na stabilní. Zpětnou vazbu lze navrhnout za splnění podmínky říditelnosti a pozorovatelnosti [10,14]. Systém je říditelný, jestliže změnou koeficientů matice \mathbf{K} lze předepsat polohu všech kořenů (4.7). Splnění pozorovatelnosti znamená, že všechny stavové veličiny jsou zjištěitelné, resp. určitelné z naměřených vstupů a výstupů. Pokud jsou některé stavové veličiny nezjištěitelné, je nutné pro jejich odhad vytvořit tzv. pozorovatele stavu [14].

U systému s dopravním zpožděním (1.11) je zpětná vazba definována také rovnicí (4.4). Charakteristická rovnice systému je potom

$$\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}(s) + \mathbf{B}(s)\mathbf{K}] = 0 \quad (4.8)$$

Jak bylo uvedeno v kap. 4.1, řešením charakteristické rovnice systému s dopravním zpožděním je nekonečně velký soubor hodnot v komplexním oboru. A tedy možnost předepsání polohy pouze tolika pólů, kolik je řád systému n , je zde omezující. Při volbě pólů, jejichž poloha bude předepsána, je nutné se zaměřit jen na ty, které významně

ovlivňují dynamiku systému. Tyto tzv. dominantní póly se nalézají nejbližší počátku komplexní roviny [14].

Jestliže při návrhu koeficientů matice \mathbf{K} je předepisováno umístění pouze omezeného spektra pólů, poloha ostatních pólů není nijak určena. Je tedy nutné ověřit, zda se mezi vypočtenými póly z (4.8) neobjevil nekontrolovaný kořen, jehož poloha výhodná není. Jestliže by toto nebylo kontrolováno, může být konečným důsledkem až nestabilita systému. To v případě, že nekontrolovaný kořen, případně více kořenů, “přeskočilo” do pravé části komplexní poloroviny. Nevhodný už může být ovšem i komplexní kořen, jehož poměr mezi reálnou a imaginární částí je velmi malý a přináší do dynamiky systému nežádoucí kmity. Řiditelnost u systému s dopravním zpožděním je definována jako tzv. spektrální řiditelnost [14]. Systém je spektrálně řiditelný, jestliže vstupem $u(t)$ lze ovlivnit libovolná vlastní čísla matice $\mathbf{A}(s)$. Kritérium spektrální řiditelnosti pro libovolné konečné s , je dáno vztahem

$$\text{rank}[\mathbf{B}(s), \mathbf{A}(s)\mathbf{B}(s), \dots, \mathbf{A}(s)^{n-1}\mathbf{B}(s)] = \text{rank}\mathbf{R}(s) = n \quad (4.9)$$

Matice $\mathbf{R}(s)$ se nazývá matice spektrální řiditelnosti. Alternativní kritérium spektrální řiditelnosti je uvedeno v [14].

Pozorovatelnost všech stavových veličin musí být zaručena i u systému s dopravním zpožděním.

Metody zabývající se určením koeficientů matice zpětné vazby \mathbf{K} , budou uvedeny v dalších kapitolách.

4.4 Stavový regulátor

Proporcionální zpětná vazba od stavových proměnných, zavedená v kap. 4.3, zlepšuje pouze dynamiku původního systému. Nicméně požadavkem řízení je převedení systému z určitého stavu do požadovaného jiného. Proporcionální složka akční veličiny navíc sama o sobě vždy znamená určitou trvalou regulační odchylku mezi požadovanou a skutečnou hodnotou řízené veličiny. Aby bylo možné pomocí zpětné vazby realizovat řízení systému, je nutné do ní zavést integraci od této regulační odchylky

$$I = \int_0^t (w - y) dt \quad (4.10)$$

kde I je uměle zavedená integrační veličina, w je žádaná hodnota řízené veličiny a y je řízená veličina. Výstup stavového regulátoru je po úpravě (4.4) rozšířen o další člen

$$u(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) - K_I I \quad (4.11)$$

kde K_I představuje koeficient zpětné vazby od veličiny I . Tato integrační veličina se stává další stavovou proměnnou. Dojde tedy ke zvětšení řádu systému o 1 [12,14]

$$s \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(s) & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ I \end{bmatrix} + \mathbf{B}(s)\mathbf{u} + \mathbf{B}_w w, \quad \mathbf{B}_w = [0, \dots, 0, 1]^T \quad (4.12)$$

kde \mathbf{C}_y je řádková matice $s-1$ na pozici regulované veličiny y (ostatní členy jsou nulové).

Formálně je poté zápis výstupu stavového regulátoru shodný s (4.4), kde $\mathbf{x}(t)$ představuje modifikovaný vektor stavových veličin, který obsahuje navíc nově zavedenou integrační veličinu.

Doposud byla předpokládána pouze jedna vstupní veličina $u(t)$, jejíž velikost byla určena výstupem stavového regulátoru. Jestliže uvažovaný systém obsahuje více vstupů, je nutné vytvořit úměrně tomu takový počet integračních veličin, aby byla zajištěna regulovatelnost toho systému. Postupem návrhu koeficientů matice zpětné vazby v případě osamocенého vstupu nebo více vstupů se zabývají další kapitoly.

4.5 Metody návrhu matice koeficientů zpětné vazby

Dopravní zpoždění představují závažný problém při návrhu řízení systémů. V případě klasických regulátorů typu PID, kdy vliv dopravního zpoždění není kompenzován, je nutné nastavit parametry regulace pomaleji. Důsledkem tohoto jsou potom pomalejší akční zásahy a tomu odpovídající odezvy systému.

V případě návrhu stavového regulátoru za využití zpětné vazby od stavových proměnných je k dispozici více informací, které lze využít pro řízení, a tím nežádoucí vliv dopravního zpoždění eliminovat. Mezi základní metody využitelné k návrhu zpětné vazby patří FSA [20] (Finite spectrum assignment) a Ackermanova formule (a její rozšíření pro systémy s dopravním zpožděním) [14]. V této práci bude ukázán návrh a realizace stavové regulace pomocí metody přímého předepsání dominantních pólů (Gradient based state variable feedback control, [12,16]) a metody postupného přesouvání (Continuous pole placement, [8,9]).

4.5.1 Metoda přímého předepsání dominantních pólů

Při uvažování zpětné vazby ve tvaru (4.4) má charakteristický kvazipolynom soustavy následující tvar

$$M(s, K) = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}(s) + \mathbf{B}(s)\mathbf{K}] \quad (4.13)$$

Spektrum soustavy bez zavedené zpětné vazby (určené pouze vlastními čísly matice $\mathbf{A}(s)$) je dáno původním charakteristickým kvazipolynomem

$$M_0(s) = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}(s)] \quad (4.14)$$

Vztah mezi tímto původním a nově zavedeným kvazipolynomem je vyjádřen (4.15), viz [12, 26].

$$M(s, K) = M_0(s) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial M(s, K)}{\partial K_j} K_j \quad (4.15)$$

Původní spektrum určené (4.14) je $S_p(\mathbf{A}(s)) = \{\lambda_i\}, i = 1 \dots \infty$. V případě nevýhodné polohy dominantních pólů tohoto spektra a následného zavedení zpětné vazby (4.4), je nové spektrum určené řešením $M(s, K) = 0$, viz (4.13), $S_p(\mathbf{A}(s) - \mathbf{B}(s)\mathbf{K}) = \{\sigma_i\}, i = 1 \dots \infty$.

Koeficienty matice zpětné vazby \mathbf{K} jsou získány řešením soustavy lineárních rovnic

$$M(\sigma_i, K) = M_0(\sigma_i) + \sum_{j=1}^r \left[\frac{\partial M(s, K)}{\partial K_j} \right]_{s=\sigma_i} K_j = 0, \quad i = 1 \dots n \quad (4.16)$$

kde σ_i jsou nové předepsané dominantní póly systému. Řešení této soustavy a zavedením vypočtených koeficientů do zpětné vazby (4.4) lze předepsat polohu maximálně n reálných pólů. Poloha ostatních pólů není nijak předepsána ani řízena. Po provedeném návrhu je vhodné tedy zkontrolovat stabilitu výsledného systému.

V případě nutnosti předepsat komplexní kořeny ve tvaru $s_i = \sigma_i = \beta_i + j\omega_i$ je nutné rovnice (4.16) rozdělit pro řešení reálné a imaginární části ve tvaru

$$\begin{aligned}
Re(M(\sigma_i, K)) &= Re(M_0(\sigma_i)) + \sum_{j=1}^r Re\left(\left[\frac{\partial M(s, K)}{\partial K_j}\right]_{s=\sigma_i}\right) K_j = 0 \\
Im(M(\sigma_i, K)) &= Im(M_0(\sigma_i)) + \sum_{j=1}^r Im\left(\left[\frac{\partial M(s, K)}{\partial K_j}\right]_{s=\sigma_i}\right) K_j = 0
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Z (4.17) vyplývá nutnost pro předepsání jednoho komplexně sdruženého kořenu použít dvě rovnice. Pro systém určený charakteristickým kvazipolynomem řádu n , je tedy možné předepsat maximálně n reálných nebo $n/2$ komplexně sdružených kořenů (případně jejich kombinace).

Jestliže předepsaný kořen σ_i je vícenásobný, není možné počítat se shodnou rovnicí v (4.16) vícekrát. Další uvažované rovnice jsou potom získány $d-1$ derivacemi (4.16), kde d je multiplicita předepsaného reálného kořenu. V případě vícenásobného komplexního kořenu jsou potřebné rovnice získány shodným způsobem z (4.17), podrobněji viz [12].

Výsledný systém tvořený soustavou rovnic lze napsat ve tvaru

$$\mathbf{SK} = \mathbf{m} \tag{4.18}$$

kde $\mathbf{K} \in R^r$ ($r \leq n$), $\mathbf{S} \in R^{q \times r}$ a $\mathbf{m} \in R^q$ ($q \leq n$)

$$\mathbf{S} \in \begin{bmatrix} S_{k,j} \\ S_{Rl,j} \\ S_{Il,j} \end{bmatrix}, S_{k,j} = \begin{bmatrix} \frac{\partial M(s, K)}{\partial K_j} \end{bmatrix}_{s=\sigma_k}, \begin{matrix} S_{Rl,j} = Re\left(\left[\frac{\partial M(s, K)}{\partial K_j}\right]_{s=\sigma_l}\right) \\ S_{Il,j} = Im\left(\left[\frac{\partial M(s, K)}{\partial K_j}\right]_{s=\sigma_l}\right) \end{matrix} \tag{4.19}$$

$$\mathbf{m} \in \begin{bmatrix} m_k \\ m_{Rl} \\ m_{Il} \end{bmatrix}, m_k = M_0(\sigma_k), m_{Rl} = Re(M_0(\sigma_l)), m_{Il} = Im(M_0(\sigma_l)) \tag{4.20}$$

kde $k = 1 \dots q_r$, q_r je počet předepsaných reálných pólů, $l = 1 \dots q_c$, q_c je počet předepsaných komplexně sdružených pólů, $j = 1 \dots r$, r je počet uvažovaných vazeb od stavových proměnných, $q = q_r + 2q_c$.

Pokud je počet předepsaných pólů roven řádu systému ($q = n$) lze koeficienty vypočítat přímo z následující relace

$$\mathbf{K} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{m} \quad (4.21)$$

Jestliže je předepsáno $q < n$ pólů, rovnice (4.21) není řešitelná za předpokladu použití všech n vazeb od stavových proměnných. V tomto případě totiž nelze vypočítat inverzi matice \mathbf{S} (výsledkem je nekonečně mnoho řešení). Řešení toho problému je možné dvěma způsoby. Prvním je možnost použití pouze q vazeb od stavových proměnných. Druhou možností je místo klasické inverze použít tzv. Moore-Penrosovu inverzi

$$\mathbf{K} = \mathbf{S}^+ \mathbf{m} \quad (4.22)$$

Výsledkem Moore-Penrosovy inverze matice velikosti $m \times n$ je řešení s minimální normou $\|\mathbf{K}\|^2$ [9].

Výše popsanou metodu předepsání pólů lze použít pro návrh koeficientů zpětné vazby při řízení pouze jednou akční veličinou ($\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$, kde $m = 1$). Při $m > 1$ by v matici \mathbf{S} byly zastoupeny i samotné koeficienty a inverzi v (4.21), (4.22) by nebylo možné vyřešit. Metodou přímého předepsání pólů bude tedy navržena zpětná vazba pro řízení samostatného levého a pravého okruhu. Navržení koeficientů pro řízení obou okruhů společně je popsáno v další kapitole.

4.5.2 Metoda postupného přesouvání

Předchozí metoda spočívá v předepsání poloh dominantních pólů a následném výpočtu koeficientů, pro které je splněna soustava rovnic (4.16). Celý výpočet je tedy proveden v jediném cyklu. Jelikož je možné u systému s dopravním zpožděním předepsat polohu maximálně n pólů, poloha ostatních pólů je nekontrolována. Je tedy nutné po navržení koeficientů zkontrolovat, zda se zavedením zpětné vazby některý z nekontrolovaných pólů nepřesunul do nevýhodné polohy.

Metoda postupného přesouvání [8,9], která byla původně navržena pro stabilizaci nestabilních systémů, nabízí pro návrh koeficientů zpětné vazby nový přístup. Princip metody spočívá v přesouvání určitého počtu pólů, které se nalézají “nejvíce vpravo” (tzv. rightmost poles) v komplexní rovině. Obecně řečeno, do těchto pólů patří kořeny s největší reálnou částí a další, splňující podmínku zvoleného rozestupu mezi póly. Tyto póly jsou postupně přesouvány doleva pomocí malých přírůstků koeficientů zpětné vazby. Možnost přesouvání

pouze n kořenů zde platí také, nicméně polohu zbylých nekontrolovaných kořenů lze průběžně vyhodnocováním spektra monitorovat. Metodou lze dosáhnout optima umístění kořenů, kdy už není dále možné je přesouvat (vzhledem k stupňům volnosti).

Postup algoritmu lze shrnout do následujících kroků

- 1 Inicializace $m = 1$
- 2 Výpočet spektra, vyhodnocení polohy pólů, výběr pólů určených k přesunu
- 3 Výpočet matice citlivostí pro m vybraných pólů
- 4 Výpočet přírůstků koeficientů zpětné vazby pomocí matice citlivostí, přesunutí pólů aplikováním nově získané matice koeficientů \mathbf{K}
- 5 Monitorování polohy nekontrolovaných pólů, určení počtu přesouvaných pólů. Poté pokračování krokem 2.

Algoritmus je zastaven, jestliže je dosaženo stability, nebo je nutné přesouvat více pólů než je stupňů volnosti n (podrobněji viz [9]).

Uvažovaný charakteristický kvazipolynom při návrhu je ve tvaru (4.13). Při přesouvání $\lambda_1, \dots, \lambda_m$ pólů, kde $m < n$, je matice citlivostí ve tvaru

$$\mathbf{S}_m = [S_{i,j}] \in \mathbf{R}^{m \times n} \quad (4.23)$$

kde jednotlivé členy jsou rovny

$$S_{i,j} = \frac{\partial \lambda_i}{\partial K_j} = \frac{dM(s, K)}{dK_j} \left(\frac{dM(s, K)}{ds} \right)^{-1} \Bigg|_{s = \lambda_i} \quad (4.24)$$

Pro výpočet matice citlivosti existuje alternativní způsob uvedený v [9], který představuje numericky stabilnější metodu. Nicméně, vzhledem ke složitější povaze tohoto výpočtu, bude použita forma (4.24).

Póly jsou v každém kroku přesouvány o malé přírůstky

$$\Delta \mathbf{A}_m = [\lambda \Delta_1, \dots, \lambda \Delta_m]^T \quad (4.25)$$

Těmto posunutím pólů odpovídá přírůstek koeficientů zpětné vazby $\Delta \mathbf{K}$. Ten je vypočítán z

$$\mathbf{S}_m \Delta \mathbf{K} = \Delta \mathbf{A}_m \quad (4.26)$$

Jelikož algoritmus nemusí od startu přesouvat všech $m = n$ pólů, je nutné použít k výpočtu $\Delta \mathbf{K}$ Moore-Penrosovu inverzi (viz předchozí kapitola). Přírůstky jsou potom počítány z

$$\Delta \mathbf{K} = \mathbf{S}_m^+ \Delta \mathbf{A}_m \quad (4.27)$$

$$\text{Matice koeficientů v } i + 1 \text{ iteraci vyplývá z } \mathbf{K}_{i+1} = \mathbf{K}_i + \Delta \mathbf{K} \quad (4.28)$$

Jak bylo zmíněno v úvodu kapitoly, tato metoda byla navržena pro stabilizaci nestabilních systémů. Na stabilitu systému mají vliv pouze reálné části kořenů. Při uvažování

$$\frac{\partial \text{Re}(\lambda_i)}{\partial K_j} = \text{Re}\left(\frac{\partial \lambda_i}{\partial K_j}\right) \quad (4.29)$$

lze rovnici (4.28) přepsat do tvaru

$$\Delta \mathbf{K} = (\text{Re}(\mathbf{S}_m))^+ \text{Re}(\Delta \mathbf{A}_m) \quad (4.30)$$

Jestliže jsou přesouvány pouze reálné části kořenů, je oproti metodě popsané v předchozí kapitole možné přesouvat až n komplexně sdružených kořenů. Imaginární části těchto kořenů nejsou nijak předepisovány a jejich vývoj není předvídatelný. To může způsobit problémy v případě přiblížení komplexního kořenu k reálné ose, kdy tento kořen se rozdělí na dva reálné. Následkem může být až pád algoritmu (viz další kapitoly).

Pomocí této metody je v [9] ukázán návrh zpětné vazby u systémů s dopravním zpožděním jak u vstupu, tak i ve stavových proměnných. Jak je ukázáno, u těchto systémů se daří úspěšně přesouváním pólů odstranit jejich nestabilitu. Po dosažení stability je dalším přesouváním zrychlována dynamika soustavy. Nicméně, metoda je testována pouze na systémech o řádů $n_{\max} = 4$. Použití výše popsaného algoritmu na tepelnou soustavu představující systém vyššího řádu s dopravním zpožděním je obsahem dalších kapitol.

Charakteristický kvazipolynom je ve tvaru $M(s, K) = \det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}_L(s) + \mathbf{B}_L(s)\mathbf{K}_L]$ (4.34)

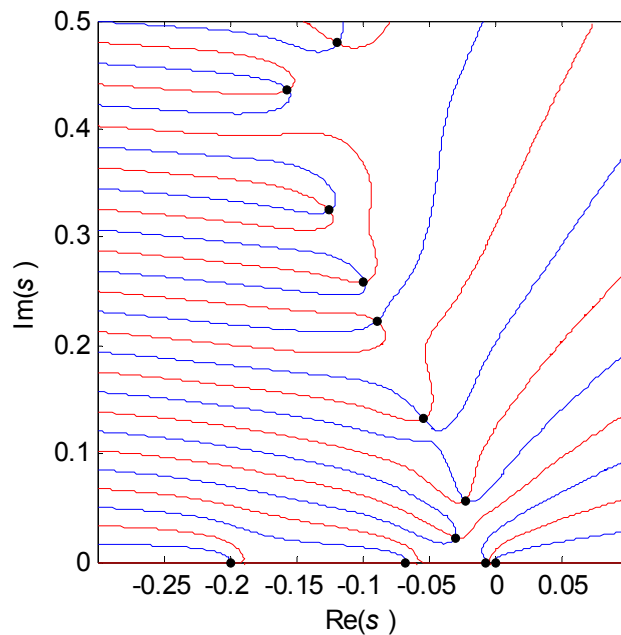
Takto zavedená integrace do zpětné vazby bude použita při návrhu jak metodou přímého umístění pólů tak i metodou postupného přesouvání.

Dalším důležitým bodem je ověření tzv. spektrální říditelnosti systému (kap. 4.3). Pro uvažovaný případ má matice $\mathbf{R}(s)$ tvar

$$\mathbf{R}(s) = [\mathbf{B}_L(s), \mathbf{A}_L(s)\mathbf{B}_L(s), \dots, \mathbf{A}_L(s)^{l_0}\mathbf{B}_L(s)] \quad (4.35)$$

Hodnost této matice $\text{rank}(\mathbf{R}) = l_1$. Kritérium spektrální říditelnosti je tedy splněno.

Spektrum původního systému je zobrazeno na Obr. 4.1. Zavedením integrační veličiny se toto spektrum změní, neboť přibude jeden pól v počátku souřadnicového systému (Obr. 4.2)



Obr. 4.2 Spektrum systému určeném (4.33)

4.6.2 Přímé předepsání dominantních pólů levému okruhu

Jak bylo uvedeno v předchozích kapitolách, při předepsání pólů je nutné zaměřit se na dominantní póly, které určují dynamiku. Jsou to ty, jenž se nalézají nejbližší počátku. Předepsat lze polohu maximálně n kořenů (u komplexně sdružených kořenů $n/2$). Poloha ostatních pólů (spektrum systému s dopravním zpožděním viz kap. 4.1) není nijak určena a

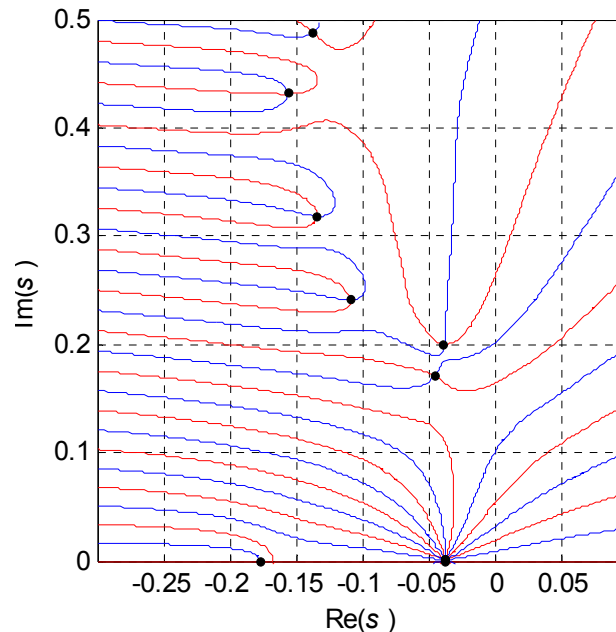
je tedy nutné po každém návrhu kontrolovat, zda je výsledný systém stabilní. Je totiž možné, že předepsáním příliš rychlých hodnot, se některý z nekontrolovaných pólů ocitne v pravé části komplexní roviny. Při kontrole výsledného spektra se ovšem nestačí zaměřit pouze na stabilitu systému. Je nutné zkontrolovat zda předepsané póly jsou skutečně dominantními, případně zda se ve výsledném spektru neobjevil kořen s nevhodným poměrem reálné a imaginární části (zavedení nežádoucí kmitavosti).

Vzhledem k (4.32) je matice koeficientů \mathbf{K}_L zvolena v plném tvaru (4.36). I v případě předepsání méně než n kořenů, je úplná zpětná vazba vhodná vzhledem k robustnosti.

$$\mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} K_{L1} & K_{L2} & K_{L3} & K_{L4} & K_{L5} & K_{L6} & K_{L7} & K_{L8} & K_{L9} & K_{L10} & K_{L11} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

K přidělení pólů byl použit skript *adirpp.m* (Anisochronic System Direct Pole Placement, [3]) pracující v programu Matlab.

Nejrychlejšího nastavení, kterého se podařilo dosáhnout, je předepsání sedminásobného reálného kořenu $\lambda_i = -0,037$, $i = 1 \dots 7$ a komplexně sdruženého $\lambda_{89} = -0,038 + 0,2i$. Útlum tohoto navrženého kořenu se může zdát malý, nicméně bez jeho přepsání by jeho poloha byla ještě více nevýhodná $\lambda_{17} = -0,375 + 0,23i$. Výsledné spektrum je znázorněné na Obr. 4.3 a póly uvedené v Tab. 4.2.



Obr. 4.3 Spektrum (4.34) při použití koeficientů (4.37)

Tab. 4.2 Póly systému (4.34) s koeficienty (4.37)

λ_i		
7x (-0.037) -0.0451 + 0.1706i -0.1770	-0.0380 + 0.2000i -0.1086 + 0.2412i -0.1337 + 0.3182i	-0.1560 + 0.4313i -0.1370 + 0.4884i

Koeficienty (4.36) odpovídající spektru na Obr. 4.3 mají následující hodnoty

$$K_{L1} = 7,9166, K_{L2} = -3,652, K_{L3} = -1,1068, K_{L4} = 11,3478, K_{L5} = -6,392, K_{L6} = -4,7549, \\ K_{L7} = -2,8771, K_{L8} = 12,9465, K_{L9} = -10,0811, K_{L10} = 0,6817, K_{L11} = -0,0475 \quad (4.37)$$

Výše uvedené koeficienty představují nejrychlejší nastavení, jehož se podařilo dosáhnout. Ačkoliv (4.36) umožňuje předepsat 11 kořenů, nebylo plné zpětné vazby využito a zůstaly dva stupně volnosti. To bylo způsobeno vysokou citlivostí ostatních pólů na přesuny, která již přímé předepsání dalších svou kořenů neumožňovala. Výsledky simulací na modelu a zhodnocení výsledků testování (4.37) na reálné soustavě je uvedeno na konci této kapitoly.

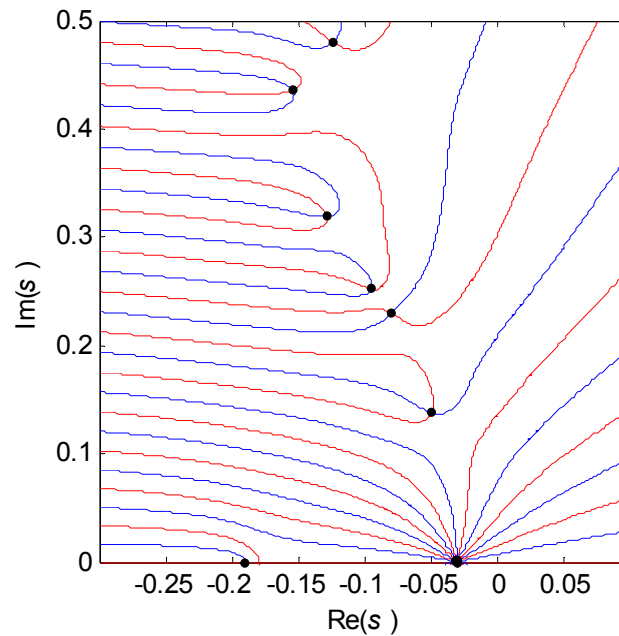
Další předepsání pólů bylo provedeno tak, aby výsledný stavový regulátor byl robustnější. Jako dominantní byly předepsány póly $\lambda_i = -0,030, i = 1 \dots 7$.

Vypočtené póly, příslušející spektru znázorněném na Obr. 4.4 při použití koeficientů (4.38) jsou uvedeny v Tab. 4.3.

Tab. 4.3 Póly systému (4.34) s koeficienty (4.38)

λ_i		
7x (-0.030) -0.0485 + 0.1376i -0.1903	-0.0795 + 0.2299i -0.0949 + 0.2521i -0.1279 + 0.3190i	-0.1542 + 0.4358i -0.1232 + 0.4801i

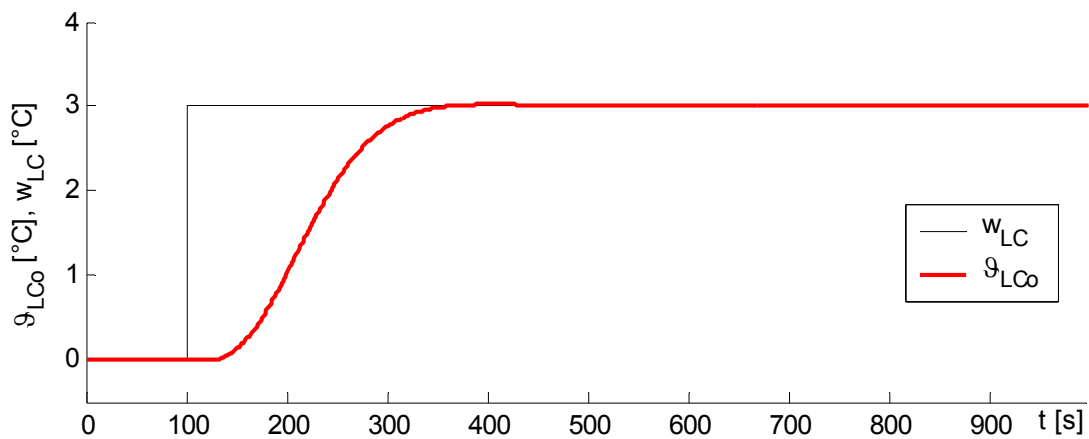
$$K_{L1} = 3,8333, K_{L2} = -3,2489, K_{L3} = 2,02211, K_{L4} = 0,8831, K_{L5} = 0,1129, K_{L6} = 1,4885, \\ K_{L7} = 0,7471, K_{L8} = 0,4087, K_{L9} = -5,3611, K_{L10} = 0,0392, K_{L11} = -0,0113 \quad (4.38)$$

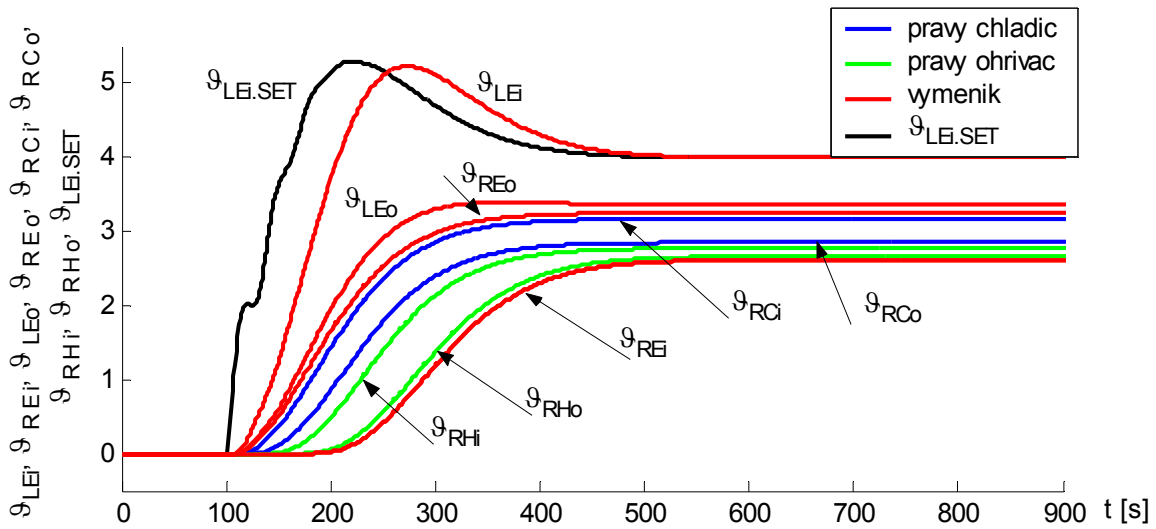


Obr. 4.4 Spektrum (4.34) při použití koeficientů (4.38)

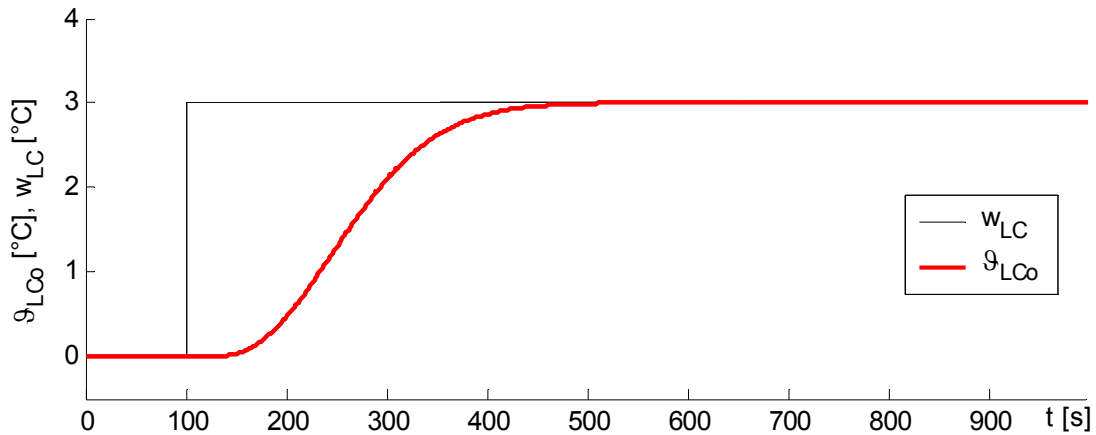
Porovnáním koeficientů s (4.37) je vidět, že koeficienty vyšly číselně menší. Úměrně tomu je méně zesilován šum a výsledný regulátor je robustnější.

Na Obr. 4.5 a Obr. 4.6 je znázorněn výstup ze simulované soustavy, při skokové změně žádané hodnoty výstupní veličiny $w_{LC} = 3$. Použity jsou koeficienty (4.37). Na Obr. 4.7 a Obr. 4.8 je potom výstup modelu při použití koeficientů (4.38). Vzájemné porovnání je potom znázorněno na Obr. 4.9.

Obr. 4.5 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{LC0} , při skokové změně žádané hodnoty w_{LC} v čase $t = 100\text{s}$; koeficienty (4.37).

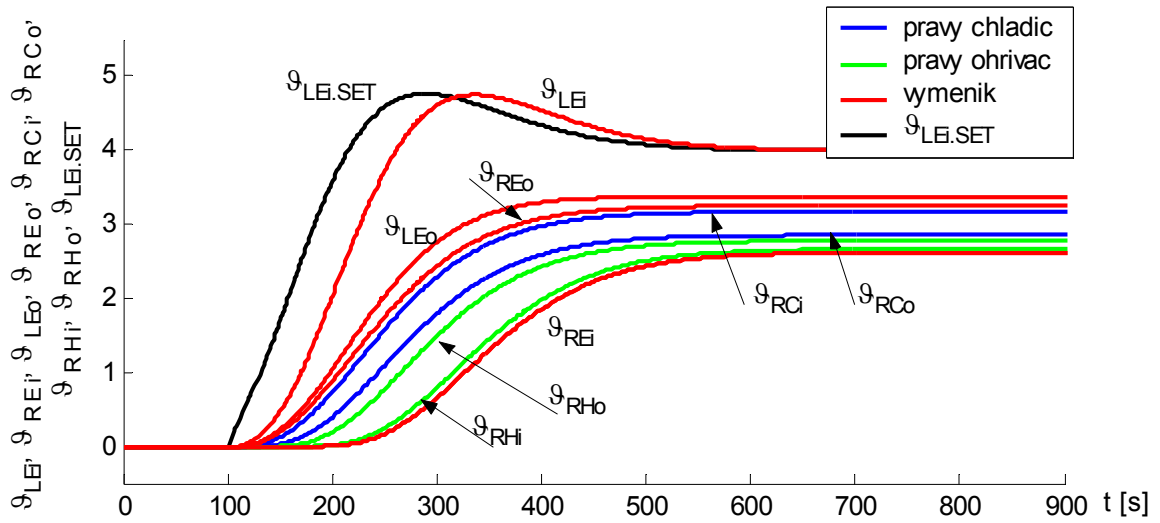


Obr. 4.6 Průběhy ostatních teplot na výměníku, při skokové změně žádané hodnoty w_{LC} v čase $t = 100\text{s}$; koeficienty (4.37).

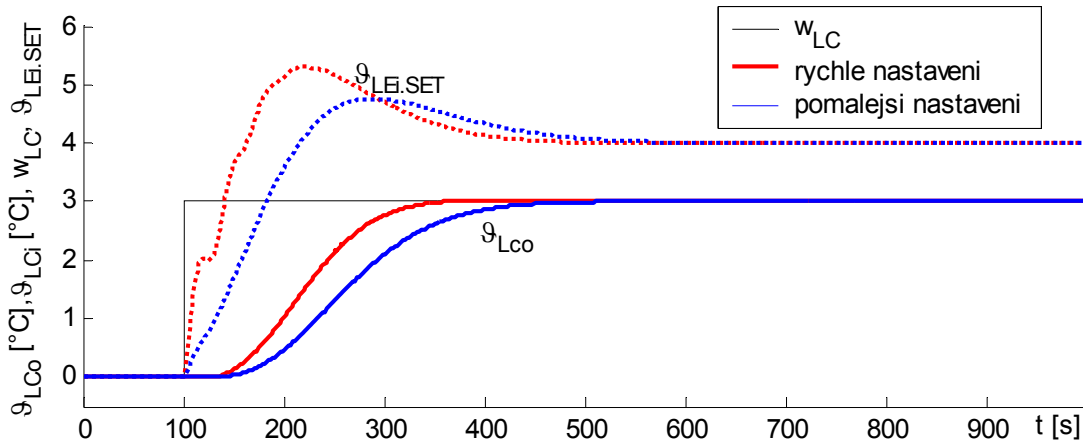


Obr. 4.7 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{LCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{LC} v čase $t = 100\text{s}$; koeficienty (4.38).

Všechny simulace jsou provedeny programem Matlab na vytvořeném modelu v prostředí Simulink. Tento model je k dispozici na přiloženém CD disku (složka Model).



Obr. 4.8 Průběhy ostatních teplot na výměníku, při skokové změně žádané hodnoty w_{LC} v čase $t = 100s$; koeficienty (4.38).

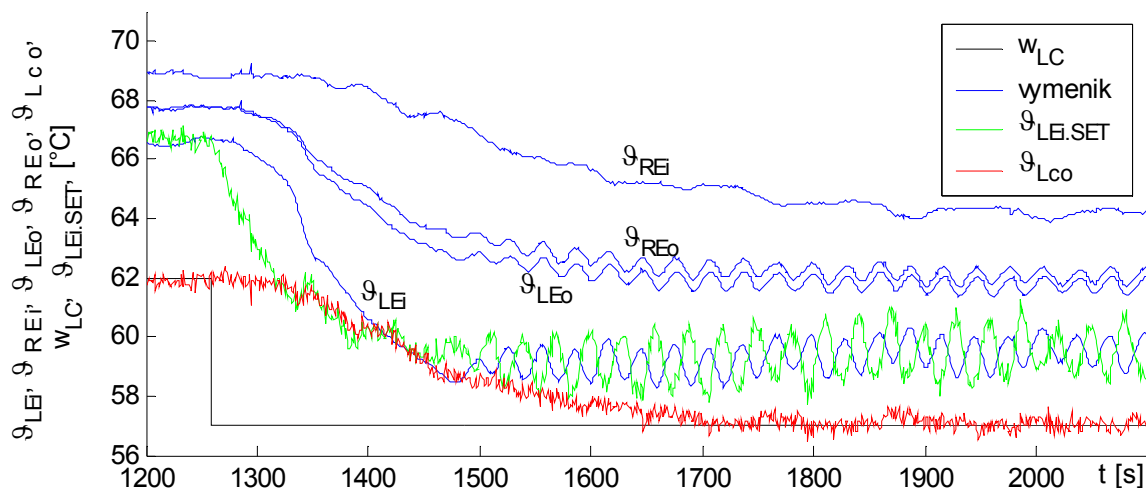


Obr. 4.9 Porovnání dosažených odezev ϑ_{LCo} při použití rychlejších koeficientů (4.37) a pomalejších (4.38)

Z Obr. 4.9 je vidět, že při použití koeficientů (4.37) je dosažení žádané hodnoty o 70s rychlejší než případě použití koeficientů (4.38).

Obě sady koeficientů byly testovány při řízení na reálné soustavě. Ukázalo se, že takto navržené koeficienty není možné použít, neboť akční veličina $\vartheta_{LEi.SET}$ vykazovala kmitavé chování v rovnovážném stavu (viz Obr. 4.10). Toto kmitání okolo rovnovážného stavu mohlo způsobit několik faktorů. Koeficienty byly navrženy na modelu, jenž sice dobře

popisuje reálnou soustavu, nicméně vzhledem k možnostem použité identifikace (odečítání z přechodových charakteristik) existují odchylky. Pokud tedy některé parametry modelu přesně neodpovídají soustavě, při rychlém nastavení se může ve výsledném spektru pólů objevit jiný dominantní kořen. Druhým faktorem, který zde mohl působit, je samotný akční člen - ventil levého okruhu L_1 . Jeho přenastavování není spojitě, a tedy na akční zásahy nereaguje ihned, nýbrž až po dosažení určitého přírůstku akční veličiny. To spolu s většími akčními zásahy, při použití rychlejších koeficientů, může způsobit výsledný kmitavý charakter. Posledním faktorem je přítomný šum v měřených signálech teplot ϑ_{LCo} a ϑ_{LCi} (čím větší koeficienty tím větší zesílení šumu). Bylo proto testováno použití filtru na těchto signálech (Butterworthův filtr 2. řádu). Tento filtr byl typu dolní propusti. Jeho parametry byly voleny experimentálně tak, aby ve výsledku chování modelu s filtrem a bez filtru, vykazovalo co největší shodu. Nicméně využití tohoto filtru kvalitu regulace nezlepšilo, na což mohou mít vliv i omezení kladená na parametry filtru (a tedy výsledkem je méně účinná filtrace). Možným řešením by bylo zahrnout filtry do systému již před identifikací. Nicméně důsledkem takové filtrace by bylo zpomalení dynamiky celého systému.



Obr. 4.10 Kmitavý charakter průběhu teplot na výměníku při regulaci ϑ_{LCo} , změna žádané hodnoty na $w_{LC} = 57 \text{ } ^\circ\text{C}$ v čase $t = 1258\text{s}$; koeficienty (4.38).

4.6.3 Metoda postupného přesouvání při návrhu řízení levého okruhu

Zpětná vazba pro návrh postupným přesouváním byla po provedených experimentech stanovena následovně

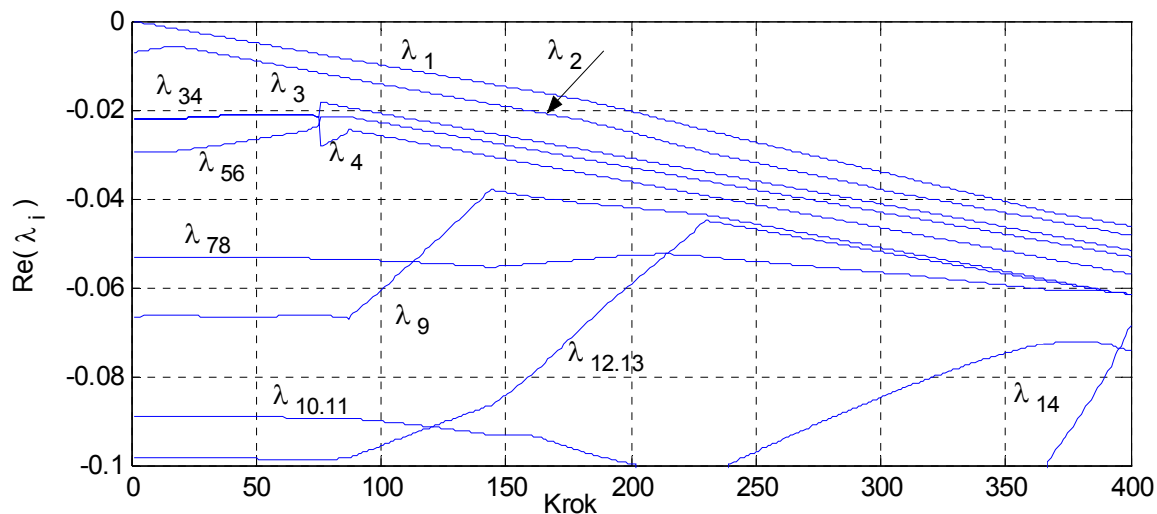
$$\mathbf{K}_L = \begin{bmatrix} 0 & K_{L2} & 0 & K_{L4} & K_{L5} & K_{L6} & K_{L7} & K_{L8} & K_{L9} & K_{L10} & K_{L11} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Takto zavedená zpětná vazba umožňuje přesouvat maximálně devět kořenů.

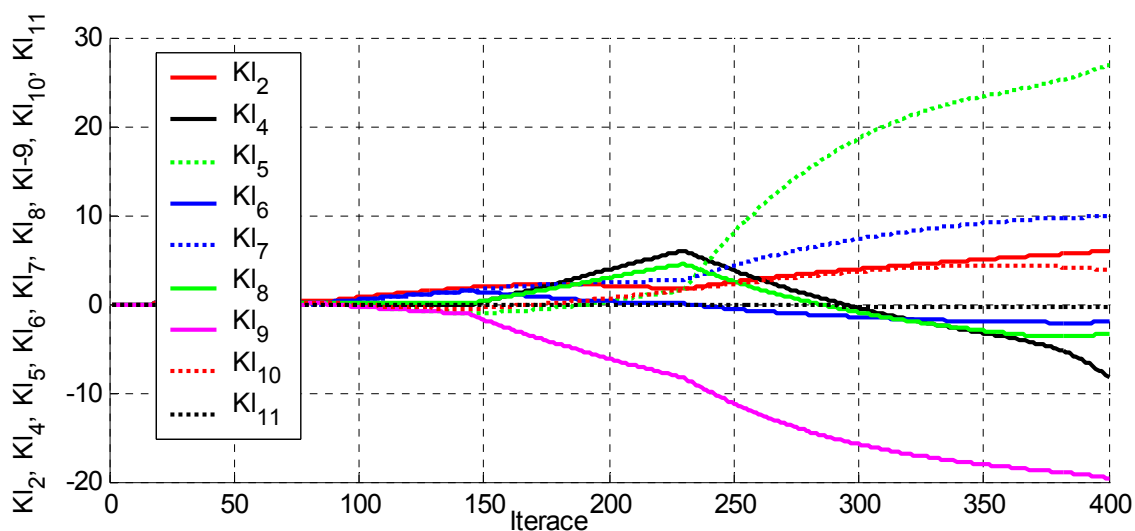
Algoritmus byl realizován opět programem Matlab a je k dispozici na přiloženém CD (složka Skripty). Z hlediska stability numerického řešení je nutné mezi kořeny udržet určitý rozestup [9]. Jeho výchozí hodnota byla stanovena 0,004 a v průběhu běhu algoritmu byla upravována, stejně jako zvolené výchozí přírůstky $\Delta A_i = 0,0001$, $i = 1..m$. Upravovat tyto parametry algoritmu během výpočtu se ukázalo jako nutné, vzhledem k možnosti rozpadu komplexně sdruženého kořenu na dva reálné, což v krajním případě vedlo až k selhání algoritmu.

Dosažené výsledky postupného přesouvání jsou znázorněny na Obr. 4.11, kde jsou vykresleny reálné části kořenů v závislosti na kroku algoritmu.

Od začátku je přesouván pouze kořen reálný kořen λ_1 . Od kroku 17, po přiblížení reálného kořenu λ_2 , jsou přesouvány již dva kořeny. Komplexně sdružený kořen λ_{34} se začíná přibližovat k reálné ose, a v kroku 75 se rozdělí na dva reálné kořeny λ_3 a λ_4 . Současně s tím dochází k přibližování reálné části komplexního kořenu λ_{56} . Od kroku 87 je přesouváno již 5 kořenů, včetně λ_{56} . Maximální počet přesouvaných kořenů je 8 (krok 400). Ačkoliv devět koeficientů znamená teoretickou možnost přesouvání až devíti pólů, jak je ukázáno v [9], více stupňů volnosti obecně nezaručuje možný větší počet přesouvatelných kořenů. Algoritmus začal být nestabilní od kroku 370, kdy došlo k přiblížení reálných částí tří kořenů. V kroku 400, po přiblížení dalšího kořenu zprava, již došlo k celkovému selhání algoritmu. To je obecně charakterizováno skokovými změnami koeficientů a rozhozením spektra pólů. Malý přírůstek λ_{78} (o řád menší než v případě ostatních) a jeho přesouvání již od kroku 214 bylo zvoleno úmyslně. V jiném případě nastalo celkové selhání algoritmu již dříve než v kroku 400 a $Re(\lambda_1)$ byla menší než při takto upravených parametrech.



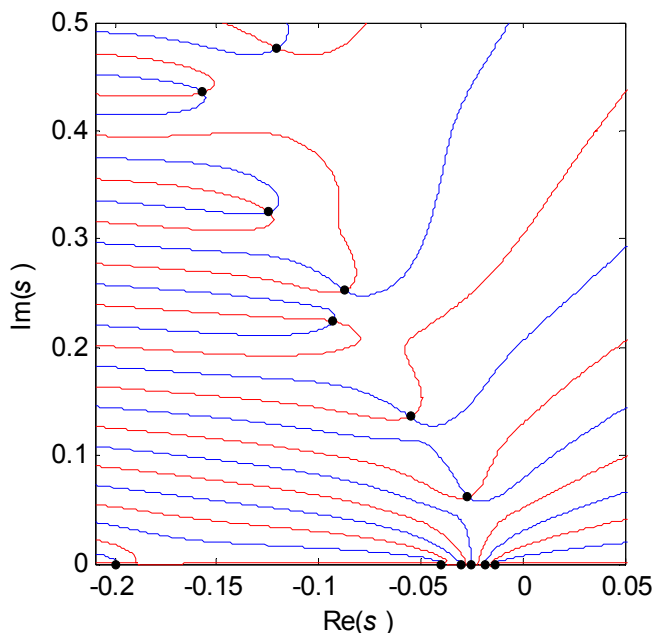
Obr. 4.11 Vývoj reálných částí pólů v závislosti na kroku algoritmu postupného přesouvání, levý okruh, matice koeficientů (4.39)



Obr. 4.12 Vývoj koeficientů při postupném přesouvání, levý okruh, matice koeficientů (4.39)

Výsledky ukazují, že v případě jednoduššího systému lze celý proces algoritmu nechat proběhnout automaticky [9]. Nicméně, v případě složitějšího systému jako je (4.33), je potřeba celý vývoj přesouvání sledovat. Případně, předem nepředvídatelné rozpady komplexních kořenů totiž mohou způsobit až selhání algoritmu. Je tedy nutné někdy do běhu algoritmu zasáhnout, a případně provést změny parametrů přesouvání. Těmito parametry jsou myšleny přírůstky jednotlivých přesouvávaných pólů a vzdálenosti mezi nimi během algoritmu udržované.

Vzhledem k velikosti koeficientů, byly pro testování na soustavě vybrány jejich výsledky z přesouvání dosaženého v kroku 140 (spektrum systému kterého se dosáhlo použitím koeficientů vypočtených v konečném kroku je znázorněno na konci této kapitoly). Řešení charakteristické rovnice (4.34), při použití těchto koeficientů (4.40), přísluší spektrum znázorněné na Obr. 4.13. Vypočtené póly jsou uvedené v Tab. 4.4.



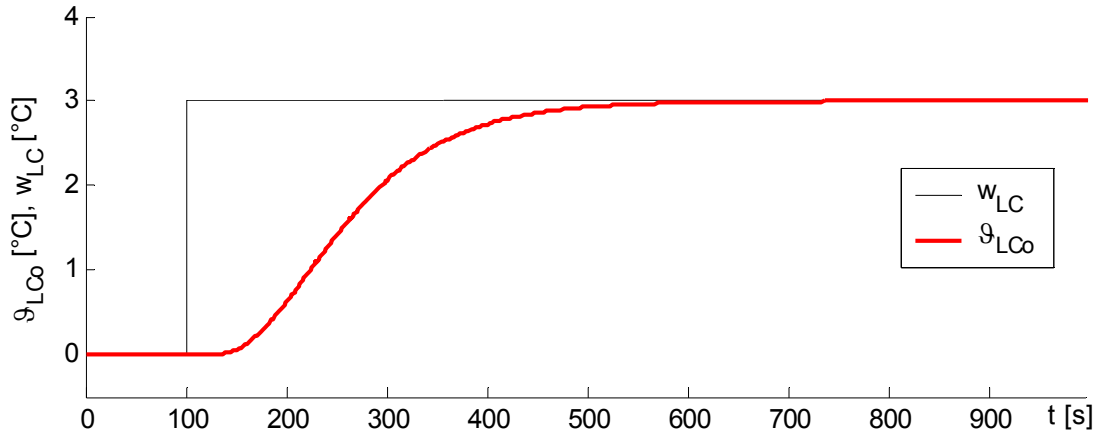
Obr. 4.13 Spektrum (4.34) při použití (4.40)

$$\begin{aligned}
 K_{L1} = 0, K_{L2} = 1,7463, K_{L3} = 0, K_{L4} = -0,1421, K_{L5} = -0,9795, K_{L6} = 1,3766, \\
 K_{L7} = 1,4114, K_{L8} = 0,436, K_{L9} = -1,0475, K_{L10} = -0,5405, K_{L11} = -0.0187
 \end{aligned} \tag{4.40}$$

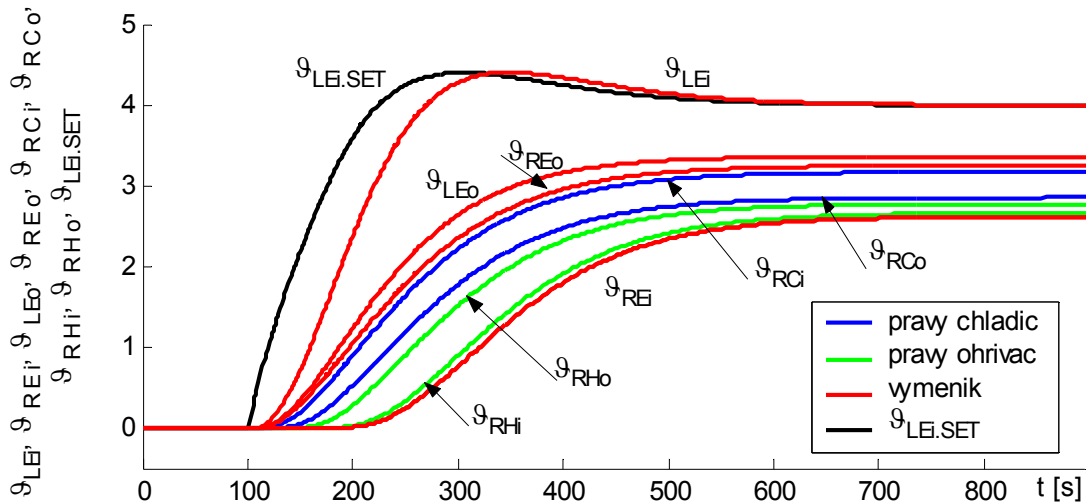
Tab. 4.4 Póly systému (4.34) s koeficienty (4.40)

λ_i		
-0.0138	-0.0270 + 0.0617i	-0.1245 + 0.3250i
-0.0183	-0.0553 + 0.1359i	-0.1569 + 0.4353i
-0.0249	-0.1996	-0.1205 + 0.4762i
-0.0301	-0.0929 + 0.2240i	
-0.0401	-0.0873 + 0.2522i	

Na Obr. 4.14 a Obr. 4.15 jsou znázorněny dosažené odezvy na modelu, při použití koeficientů (4.40). Dosažené odezvy jsou relativně pomalé, nicméně jak je ukázáno v předchozí kapitole, rychlejší nastavení parametrů není vhodné.



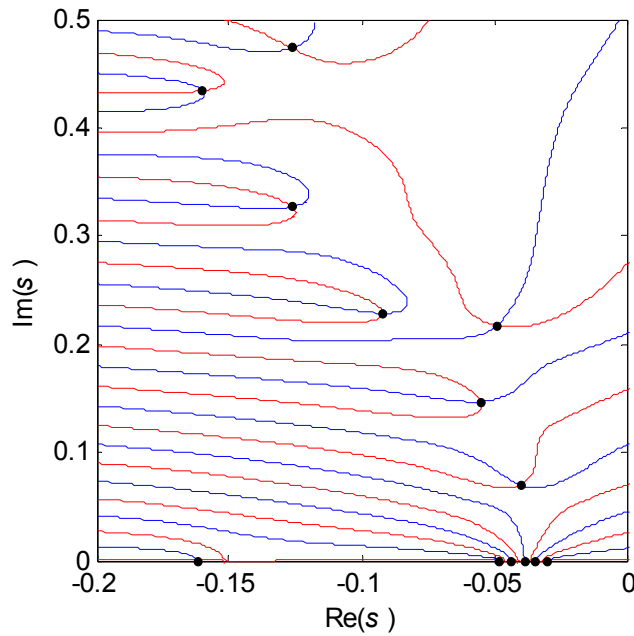
Obr. 4.14 Simulace výstupní teploty z chladice ϑ_{LCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{LC} v čase $t = 100s$; koeficienty (4.40).



Obr. 4.15 Průběhy ostatních teplot na výměníku, koeficienty (4.40)

Pro ukázkou možností metody postupného přesouvání je na Obr. 4.17 znázorněno porovnání koeficientů (4.40) s rychlejším nastavením z kroku 270 (4.41). Těm odpovídá spektrum na Obr. 4.16 a póly uvedené v Tab. 4.5.

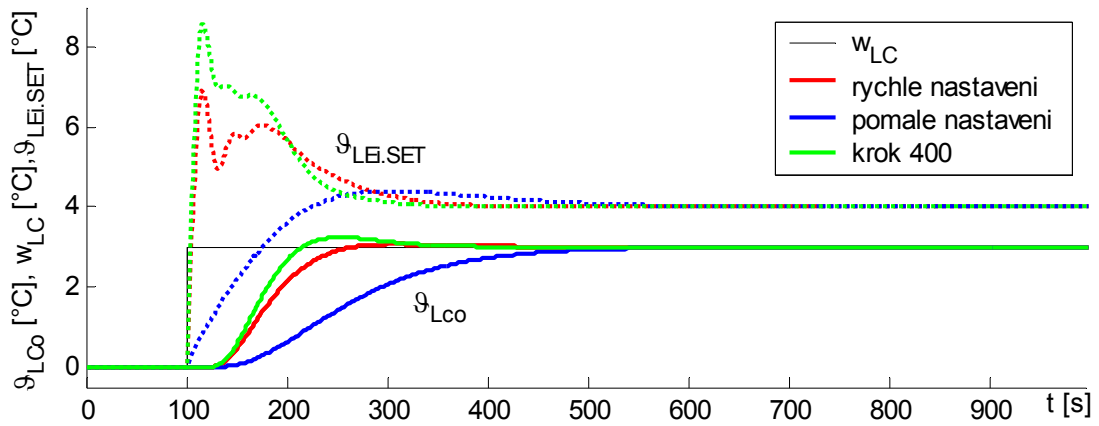
$$\begin{aligned}
 K_{L1} &= 0, K_{L2} = 3,1265, K_{L3} = 0, K_{L4} = 1,8892, K_{L5} = 13,1326, K_{L6} = -0,9987, \\
 K_{L7} &= 5,7015, K_{L8} = 0,9220, K_{L9} = -13,4321, K_{L10} = 2,8531, K_{L11} = -0,1955
 \end{aligned}
 \tag{4.41}$$



Obr. 4.16 Spektrum (4.34) při použití (4.41)

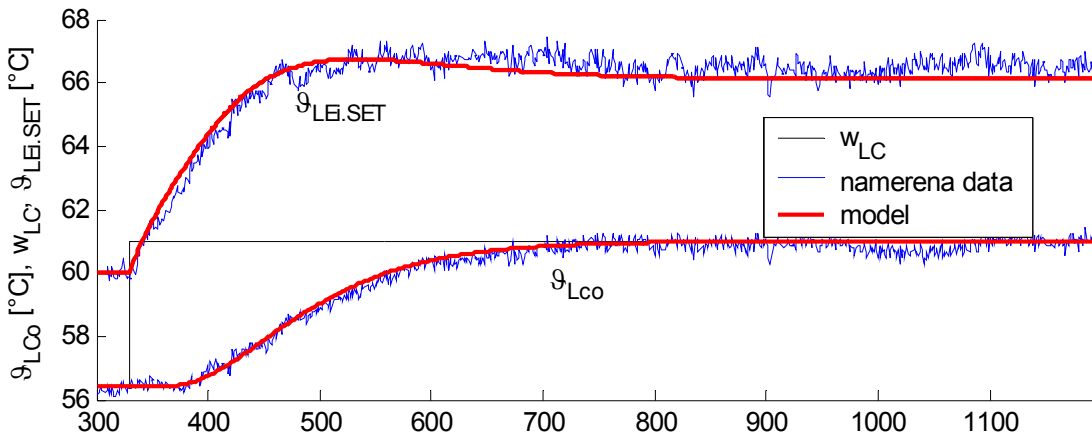
Tab. 4.5 Póly systému (4.34) s koeficienty (4.41)

λ_i		
-0.0300	-0.0401 + 0.0698i	-0.1263 + 0.3271i
-0.0343	-0.0552 + 0.1469i	-0.1599 + 0.4342i
-0.0381	-0.1618	-0.1264 + 0.4735i
-0.0435	-0.0490 + 0.2173i	
-0.0479	-0.0919 + 0.2287i	



Obr. 4.17 Porovnání dosažených odezev ϑ_{LCo} , při použití rychlejšího nastavení (4.41) a pomalejšího (4.40)

Porovnání modelu a odezev dosažených na reálné soustavě je tedy uvedeno jen pro parametry (4.40) a to na Obr. 4.18. Výchozí stav je charakterizován teplotou $\vartheta_{LC0} = 56,4$ [°C]. V čase $t = 329s$ byla zavedena změna žádané hodnoty w_{LC} na 61 [°C]. Průběhy ostatních teplot jsou uvedeny na CD (složka L_CppTds).



Obr. 4.18 Porovnání dosažených odezev ϑ_{LC0} modelu a reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{LC} na 61 [°C] v čase $t = 329s$.

Z naměřených průběhů vyplývá, že model je oproti reálné soustavě nepatrně rychlejší. Tato skutečnost může být způsobena jednak ne zcela přesnou identifikací, ale také posunutím pracovního bodu. Identifikace a testování řízení proběhly v určitém časovém rozestupu od sebe, a tedy za jiných podmínek.

Na závěr je znázorněno na Obr. 4.19 spektrum pólů jehož se podařilo dosáhnout v kroku 400. Póly jsou uvedeny v Tab. 4.6.

Tab. 4.6 Póly systému (4.34), krok 400 Obr. 4.11

λ_i		
-0.0462	-0.0686	-0.1220 + 0.3316i
-0.0483	-0.0531 + 0.0451i	-0.1645 + 0.4360i
-0.0517	-0.0616 + 0.1285i	-0.1177 + 0.4663i
-0.0571	-0.0744 + 0.2057i	
-0.0616	-0.0615 + 0.2433i	

Charakteristický kvazipolynom má tvar $M(s, K) = \det[sI - A_R(s) + B_R(s)K_R]$ (4.45)

Spektrální říditelnost tohoto systému

$$R = [B_R(s), A_R(s)B_R(s), \dots, A_R(s)^{10}B_R(s)] \quad (4.46)$$

vychází $\text{rank}(R) = 9$. To znamená, že kritérium spektrální říditelnosti není splněno, neboť systém má řád $n = 11$. A tedy, maticí $B_R(s)$ nelze ovlivnit všechna vlastní čísla matice $A_R(s)$. Z návrhu tedy byly vypuštěny části modelu příslušející levému chladiči a podřízené regulační smyčce. Tím se kromě změny matic $A_R(s)$ a $B_R(s)$ (vypuštění příslušných řádků a sloupců) změnil i stavový vektor (4.43)

$$X(s) = [\mathcal{G}_{RH_i}(s) \mathcal{G}_{RH_o}(s) \mathcal{G}_{RE_i}(s) \mathcal{G}_{RE_o}(s) \mathcal{G}_{RC_i}(s) \mathcal{G}_{RC_o}(s) \mathcal{G}_{LE_o}(s) I_R(s)]^T$$

Pro výsledný systém, který je řádu $n = 8$ je již kritérium spektrální říditelnosti splněno.

4.6.5 Přímé předepsání pólů pravému okruhu

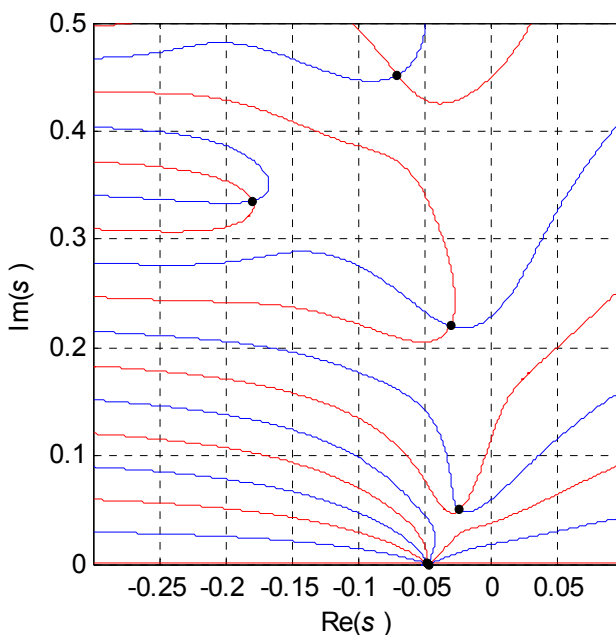
Matice koeficientů byla zvolena následujícím způsobem (pro přehlednost jsou indexy koeficientů zapsány jako v případě neupraveného původního systému řádu $n = 11$)

$$K_R = [K_{R1} \ K_{R2} \ K_{R3} \ K_{R4} \ K_{R5} \ K_{R6} \ K_{R8} \ K_{R11}] \quad (4.47)$$

kde koeficient K_{R7} příslušející ke stavové veličině \mathcal{G}_{LE_i} , koeficient K_{R10} u \mathcal{G}_{LC_o} a K_{R9} u \mathcal{G}_{LC_i} jsou vypuštěny z návrhu kvůli splnění kritéria spektrální říditelnosti.

Opět byly navrženy dvě sady koeficientů, pro rychlejší a pomalejší nastavení. Pro rychlé nastavení byl předepsán čtyřnásobný reálný kořen $\lambda_i = -0,047$, $i = 1 \dots 4$ a dva komplexně sdružené kořeny $\lambda_{56} = -0,023 + 0,05i$ a $\lambda_{78} = -0,030 + 0,22i$. Tohoto rozmístění je dosaženo pomocí koeficientů (4.48). Spektrum je znázorněné na Obr. 4.20 a příslušné póly uvedené v Tab. 4.7. Komplexní kořeny nebylo možné již dále přesunout doleva, ani jim zmenšit imaginární část.

$$\begin{aligned} K_{R1} &= 0,0846, \quad K_{R2} = -0,0094, \quad K_{R3} = 0,0069, \quad K_{R4} = 5,9406, \quad K_{R5} = 0,4060, \quad K_{R6} = -0,1530, \\ K_{R8} &= -7,3251, \quad K_{R11} = -0,0007 \end{aligned} \quad (4.48)$$



Obr. 4.20 Spektrum (4.45) při použití (4.48)

Tab. 4.7 Póly systému (4.45) s koeficienty (4.48)

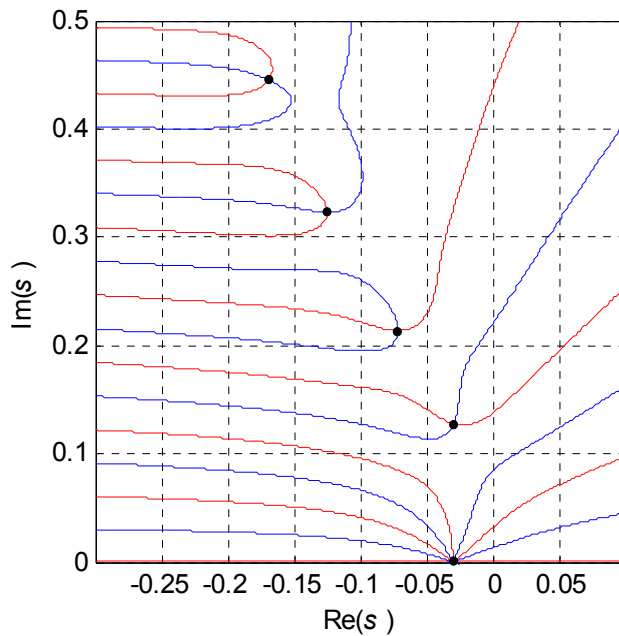
λ_i	
4x (-0.047)	-0.1793 + 0.3358i
-0.0230 + 0.0500i	-0.0699 + 0.4519i
-0.0300 + 0.2200i	

Pro pomalejší nastavení je předepsán čtyřnásobný reálný kořen $\lambda_i = -0,03$, $i = 1..4$ a komplexně sdružený kořen $\lambda_{56} = -0,029 + 0,1278i$. Spektrum získané s vypočtenými koeficienty (4.49) je znázorněné na Obr. 4.21 a póly uvedené v Tab. 4.8.

$$K_{R1} = 0,0424, K_{R2} = 0,0217, K_{R3} = -0,0012, K_{R4} = -0,017, K_{R5} = -0,0054, K_{R6} = -0,02, K_{R8} = -0,0015, K_{R11} = -0,0005 \tag{4.49}$$

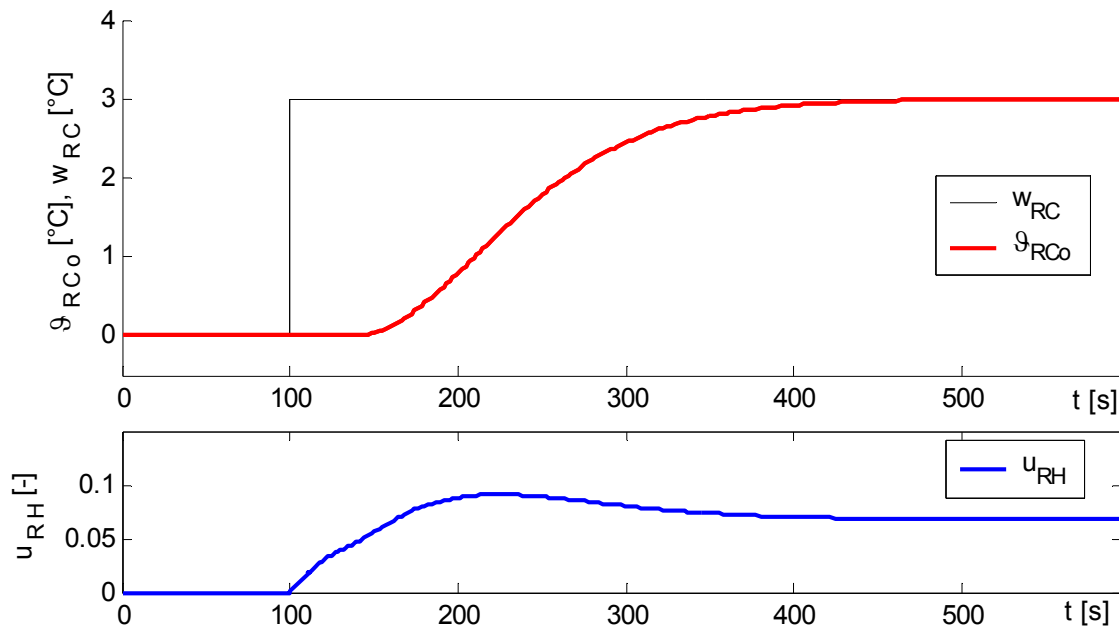
Tab. 4.8 Póly systému (4.45) s koeficienty (4.49)

λ_i	
4x (-0.030)	-0.1249 + 0.323i
-0.0290 + 0.1278i	-0.1689 + 0.4456i
-0.0713 + 0.2137i	

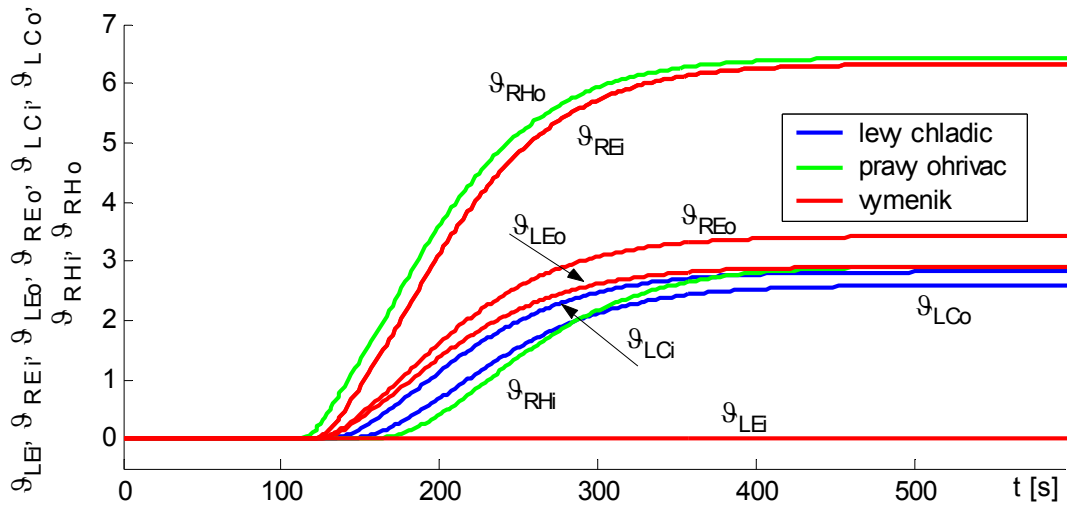


Obr. 4.21 Spektrum (4.45) při použití (4.49)

Řízení s rychlejším nastavením (4.48) bylo opět vzhledem ke kmitavému chování akční veličiny nerealizovatelné. Shodu výstupu modelu a reálné soustavy při použití koeficientů (4.49) se podařilo ověřit a výsledky jsou uvedeny dále.



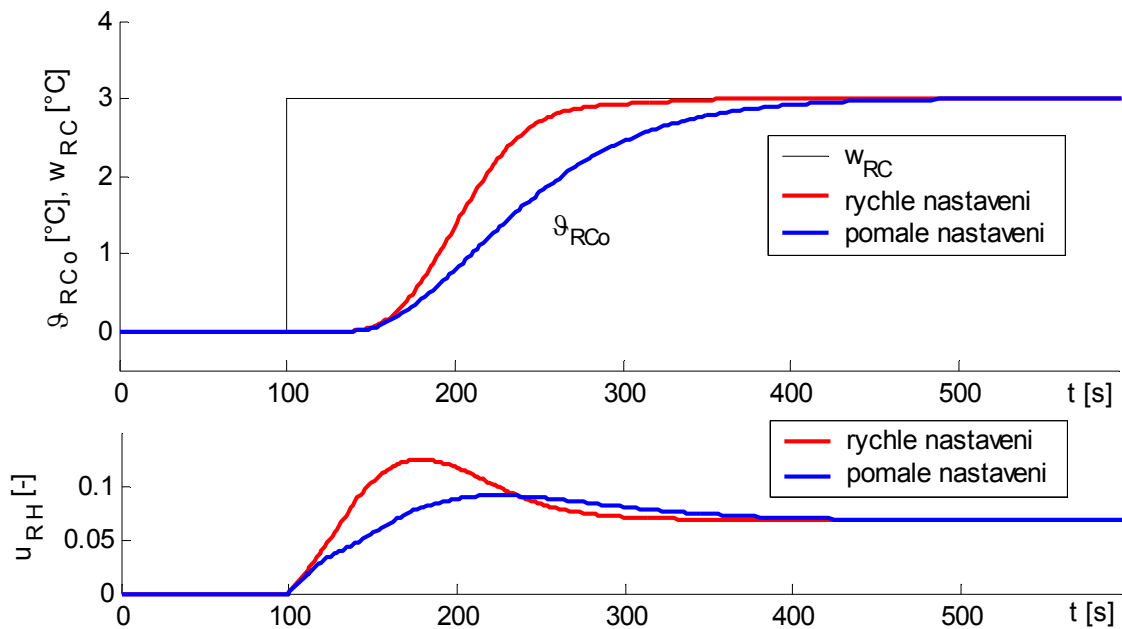
Obr. 4.22 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{RC0} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100s$; koeficienty (4.49).



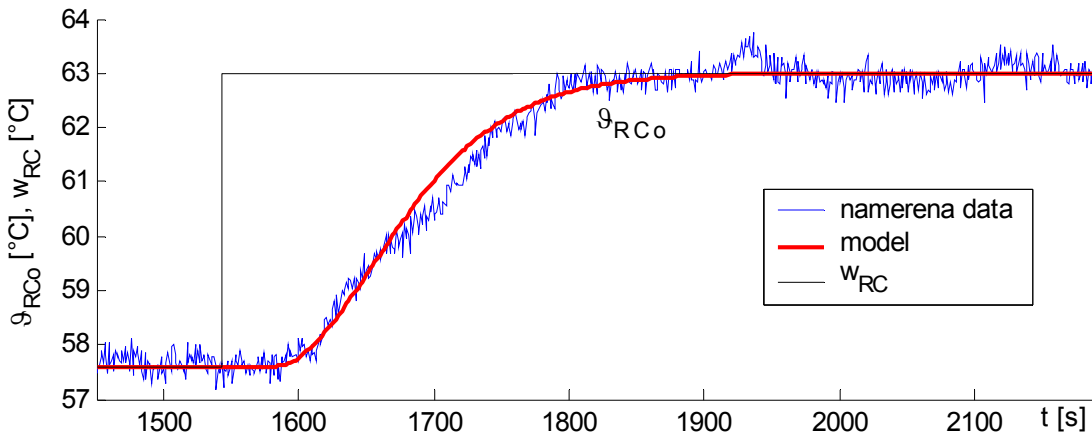
Obr. 4.23 Průběhy ostatních teplot na výměníku, koeficienty (4.49)

Na Obr. 4.22 a Obr. 4.23 jsou výsledky simulací obdržené z modelu, při skokové změně žádané hodnoty $w_{RC} = 3$. Použity jsou koeficienty pomalejšího nastavení (4.49).

Porovnání rychlostí dosažení žádané hodnoty při použití koeficientů (4.48) a (4.49) je uvedeno na Obr. 4.24.

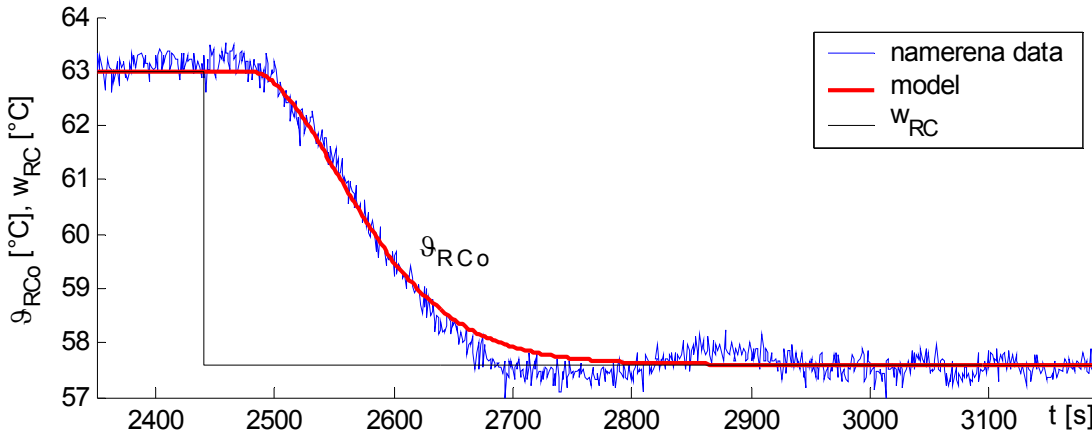
Obr. 4.24 Porovnání dosažených odezev ϑ_{RCo} , při použití rychlejšího nastavení (4.48) a pomalejšího (4.49)

Shoda modelu a soustavy je uvedena na Obr. 4.25. Výchozí stav je charakterizován teplotou $\vartheta_{RC0} = 57,6 [^{\circ}\text{C}]$. V čase $t = 1543\text{s}$ byla zavedena změna žádané hodnoty w_{RC} na $63 [^{\circ}\text{C}]$.



Obr. 4.25 Porovnání dosažených odezví ϑ_{RC0} modelu a reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{RC} na $63 [^{\circ}\text{C}]$ v čase $t = 1543\text{s}$, koeficienty (4.49).

Po dosažení ustáleného stavu byla provedena změna žádané hodnoty w_{RC} zpět na předchozí hodnotu $57,6 [^{\circ}\text{C}]$. Průběhy jsou znázorněny na Obr. 4.26.



Obr. 4.26 Porovnání dosažených odezví ϑ_{RC0} modelu a reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{RC} na $57,6 [^{\circ}\text{C}]$ v čase $t = 2440\text{s}$, koeficienty (4.49).

Z naměřených odezví je vidět, že výsledky dosažené na modelu a na reálné soustavě jsou téměř shodné. Průběhy ostatních naměřených teplot jsou na CD (složka R_Adirpp).

Z porovnání hodnot koeficientů (4.48) a (4.49) je patrná výhodnost použití pseudoinverze (v případě (4.49)), při které jsou obdrženy nejmenší možné velikosti koeficientů. V případě

koeficientů (4.48) pseudoinverze použita nebyla, pro předepsání 8 pólů existuje pouze jedno řešení. Toto řešení vykazuje nerovnováhu velikostí koeficientů. Zejména nevýhodné jsou koeficienty K_{R4} a K_{R8} , jejichž hodnoty jsou příliš vysoké a pro použití na soustavě nevhodné, protože by výrazně zvyšovaly vliv šumu na kvalitu regulace.

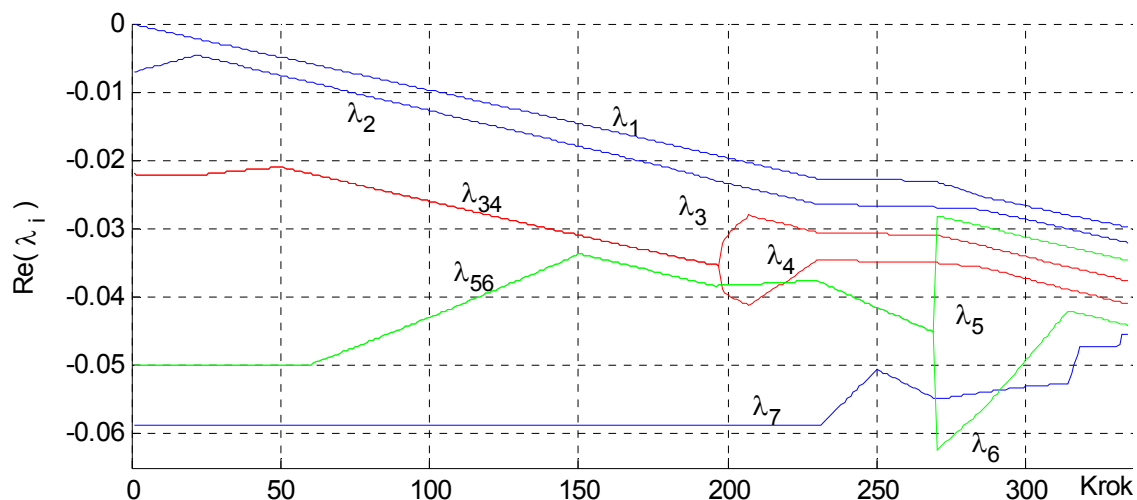
4.6.6 Metoda postupného přesouvání při návrhu řízení pravého okruhu

Zpětná vazba byla zavedena pomocí následujících koeficientů

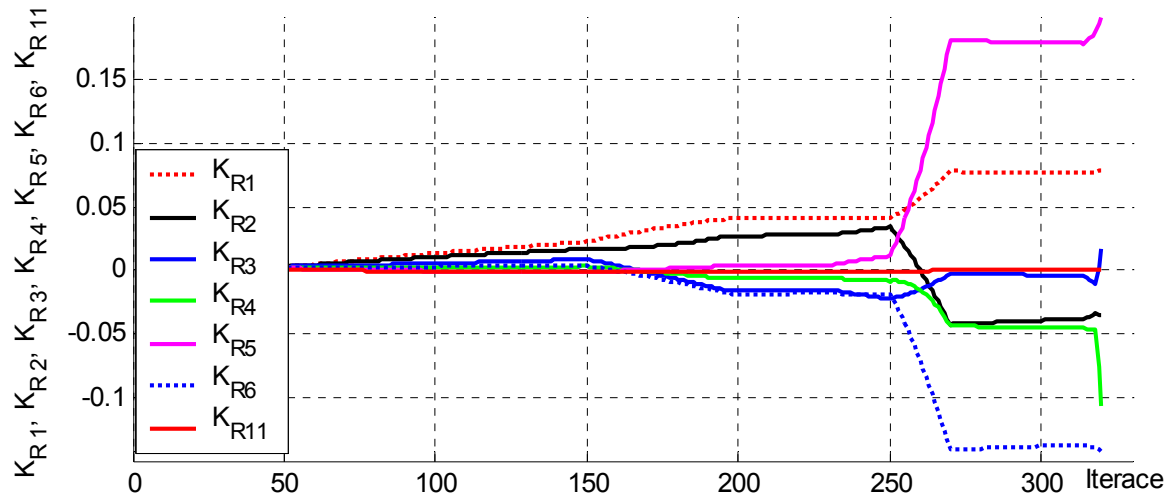
$$\mathbf{K}_R = [K_{R1} \ K_{R2} \ K_{R3} \ K_{R4} \ K_{R5} \ K_{R6} \ 0 \ K_{R11}] \quad (4.50)$$

Výsledky přesouvání jsou zobrazené na Obr. 4.7. Filozofie přesouvání je stejná jako u levého okruhu. Komplexní kořen λ_{34} je přesouván již od kroku 50, aby jeho pozdější rozdělení na dva reálné neohrozilo stabilitu algoritmu. K tomu rozdělení dochází v kroku 192. Od kroku 230 je zmenšen přírůstek prvních čtyř kořenů, aby mohl být komplexní kořen λ_{56} odsunut více doleva ze stejného důvodu. K rozdělení tohoto kořenu dojde v kroku 269. Od kroku 314 je přesouváno již sedm kořenů. Algoritmus selhává v kroku 330. Vývoj koeficientů je znázorněn na Obr. 4.8.

Vývoj kořene λ_{56} před krokem 60 a λ_7 před krokem 234 není sledován, neboť oblast výpočtu D (kap. 4.2) se při běhu programu měnila kvůli jeho urychlení.



Obr. 4.27 Vývoj reálných částí pólů v závislosti na kroku algoritmu postupného přesouvání, pravý okruh, matice koeficientů (4.50)

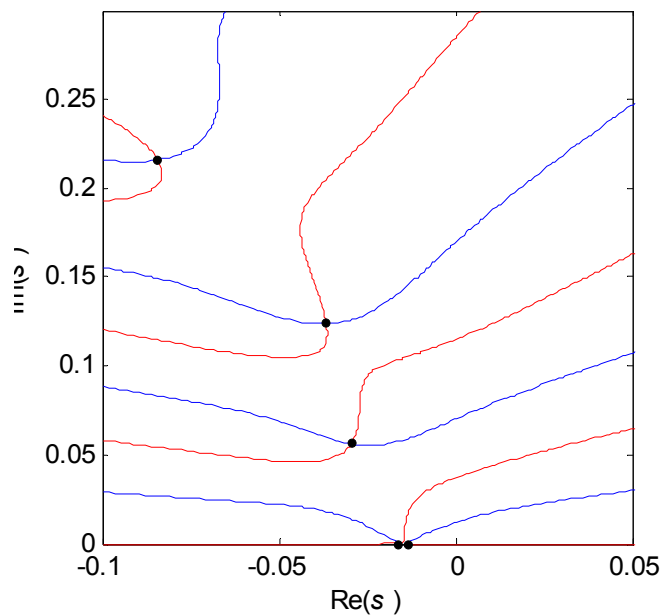


Obr. 4.28 Vývoj koeficientů při postupném přesouvání, pravý okruh, matice koeficientů (4.50)

Pro testování na reálné soustavě byly vybrány koeficienty z kroku 135. Ty mají následující hodnoty

$$\begin{aligned}
 K_{R1} &= 0,0191, & K_{R2} &= 0,0144, & K_{R3} &= 0,0073, & K_{R4} &= 0,0026, & K_{R5} &= -0,0011, & K_{R6} &= 0,0033, \\
 K_{R11} &= -0.0005
 \end{aligned}
 \tag{4.51}$$

Spektrum je znázorněno na Obr. 4.29 a příslušné póly uvedeny v Tab. 4.9.

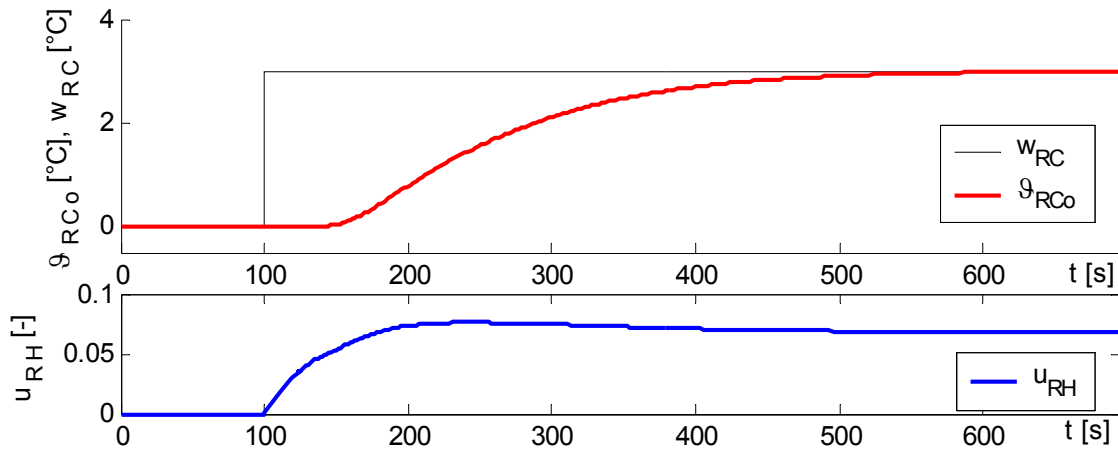


Obr. 4.29 Spektrum (4.45) při použití (4.51)

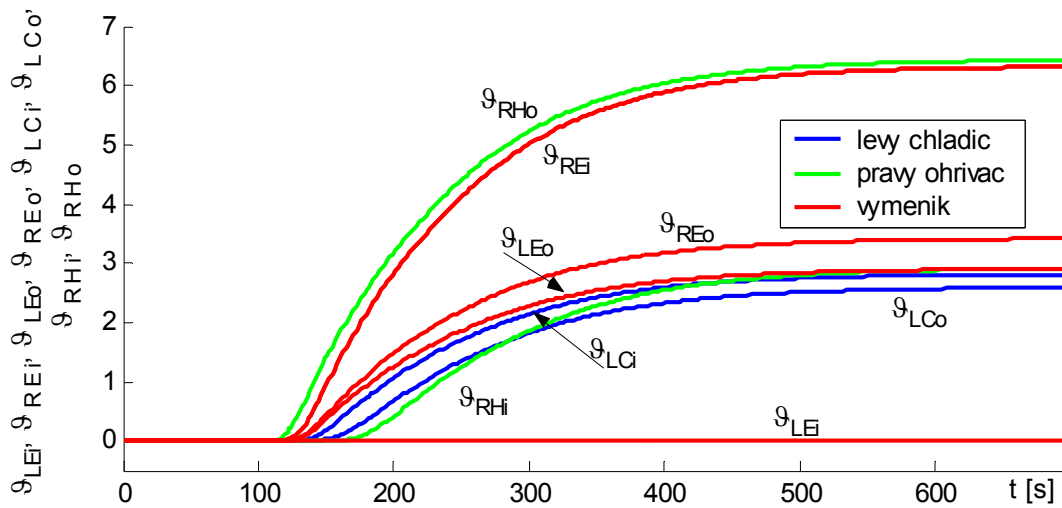
Tab. 4.9 Póly systému (4.45) s koeficienty (4.51)

λ_i	
-0.0127	-0.0375 + 0.1240i
-0.0159	-0.0845 + 0.2162i
-0.0290 + 0.0565i	

Na Obr. 4.30 a Obr. 4.31 jsou výsledky simulací obdržené z modelu, při skokové změně žádané hodnoty $w_{RC} = 3$. Použity jsou koeficienty (4.51).

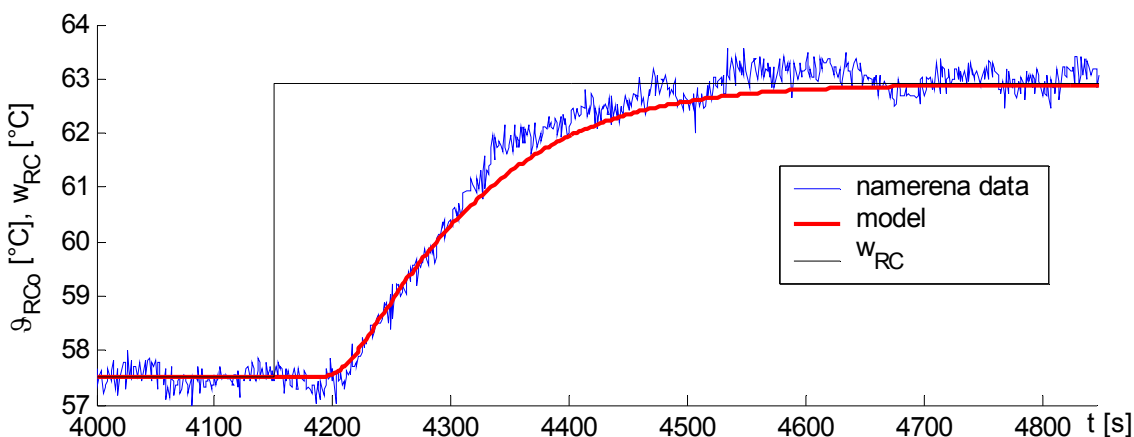


Obr. 4.30 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{RCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100$ s; koeficienty (4.51).



Obr. 4.31 Průběhy ostatních teplot na výměníku, koeficienty (4.51)

Shoda modelu a soustavy je uvedena na Obr. 4.32. Výchozí stav je charakterizován teplotou $\vartheta_{RC0} = 57,5 [^{\circ}\text{C}]$. V čase $t = 4150\text{s}$ byla zavedena změna žádané hodnoty w_{RC} na $63 [^{\circ}\text{C}]$.



Obr. 4.32 Porovnání dosažených odezev ϑ_{RC0} modelu a reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{RC} na $63 [^{\circ}\text{C}]$ v čase $t = 4150\text{s}$.

Regulace s koeficienty (4.51) je oproti výsledkům dosaženým při přímém předepsání pólů v předchozí kapitole pomalejší. Proto byly dále testovány koeficienty získané v kroku 300 (odezvy modelu a spektrum systému je uvedeno na CD), nicméně soustava již vykazovala nestabilní chování. Jiné koeficienty již testovány nebyly. Průběhy ostatních teplot získaných při měření jsou na CD (složka R_CppTds).

4.6.7 Řízení spojených okruhů

Spojené okruhy představují dvourozměrný regulační obvod se dvěma vstupy a výstupy. To znamená, že na požadovaných hodnotách je třeba současně udržet několik výstupů pomocí více akčních veličin. Syntézu takového obvodu lze navrhnout dvěma způsoby. Při prvním je požadavek, aby nedocházelo k vzájemné interakci. Tedy, aby každá akční veličina ovlivňovala pouze jí příslušející regulovanou veličinu. Takovýto výsledný regulační obvod je označován jako autonomní [1,10]. Při druhém způsobu naopak k interakci dochází. V tomto případě regulační zásah jedné akční veličiny ovlivní celý obvod. V případě syntézy tohoto obvodu ovšem také nelze postupovat pomocí standardních metod. Pro jednotlivé regulační smyčky nelze navrhnout samostatné regulátory, a poté jejich složením získat celý regulační obvod. Takovýto postup vede k nepředvídatelným výsledkům, neboť sloučením

4.6.8 Metoda postupného přesouvání při návrhu řízení spojených okruhů

Zpětná vazba byla po mnoha experimentech navrhnutá následujícím způsobem

$$\mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} 0 & K_{R2} & 0 & 0 & 0 & K_{R6} & 0 & 0 & K_{R9} & 0 & K_{R11} & 0 \\ 0 & K_{L2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{L9} & K_{L10} & 0 & K_{L12} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Pomocí takto zavedené zpětné vazby je možné přesouvat maximálně osm pólů. Při experimentech se ukázalo, že použití více koeficientů vedlo k nestabilitě algoritmu již od počátku. To může být způsobeno i nepříznivým počátečním rozložením pólů (viz dále). Nicméně je možné, že pomocí jinak zavedené zpětné vazby, či jinak zvolených parametrů algoritmu, by se dosáhlo lepšího výsledku. Zde předkládané výsledky představují nejlepší návrh jehož se podařilo dosáhnout.

Jak je možné vidět z výsledků dosažených v předchozích kapitolách, velikosti koeficientů v pravém a levém okruhu se řádově dosti liší. To je způsobeno rozdílnou statickou citlivostí na výslednou akční veličinu těchto okruhů. Zatímco v předchozích návrzích toto neznamenovalo překážku, v případě spojených okruhů by výpočtem Moore-Penrosovy inverze nemuselo být optimální řešení, viz kap. 4.5.1 (díky řádovému rozdílu koeficientů).

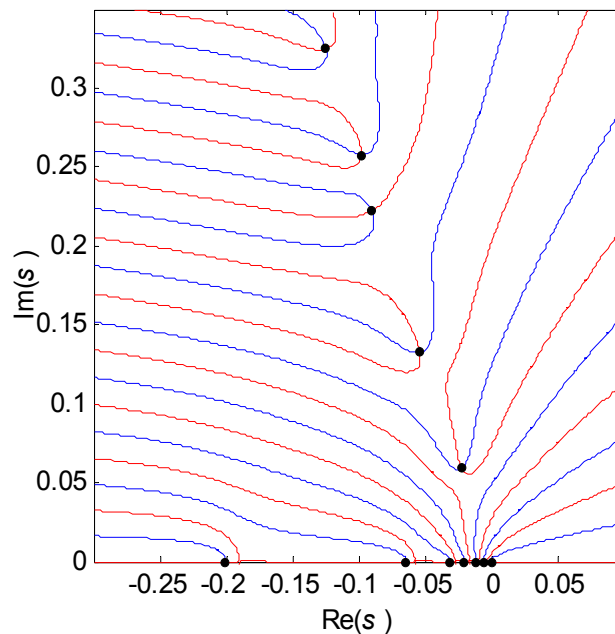
Bylo proto vyzkoušeno zmenšení statické citlivosti na akční veličinu pravého ohříváče K_{RH2} . V dalším textu je ukázán návrh jak při použití tohoto zmenšení, tak i pro původní hodnotu statické citlivosti. Při měření na reálné soustavě je nutné potom výsledný akční zásah upravit příslušným zesílením.

Při prvním návrhu bylo tedy nejprve uvažováno zmenšení K_{RH2} v poměru 1/15.

Spektrum (4.55) obsahuje při nulových koeficientech zpětné vazby dva kořeny v počátku (do systému zanesené přidáním integrací do zpětné vazby). Při metodě postupného přesouvání je nutné, aby mezi přesouványými kořeny existovala vždy určitá minimální vzdálenost. Počáteční volbou koeficientů je tedy provedeno “rozhození” pólů systému. Získání těchto koeficientů bylo provedeno postupným návrhem metodou přímého umístění kořenů. Návrh byl realizován za použití koeficientů vždy pouze jednoho okruhu. Jeho smyslem bylo “rozhození” pólů okolo počátku tak, aby výsledné koeficienty byly co nejmenší.

Při použití koeficientů (4.58) je získáno počáteční spektrum znázorněné na Obr. 4.33.

$$K_{L2} = 0,4862, \quad K_{L9} = -0,0216, \quad KL_{10} = -0.037, \quad K_{L12} = -0,0056 \quad (4.58)$$

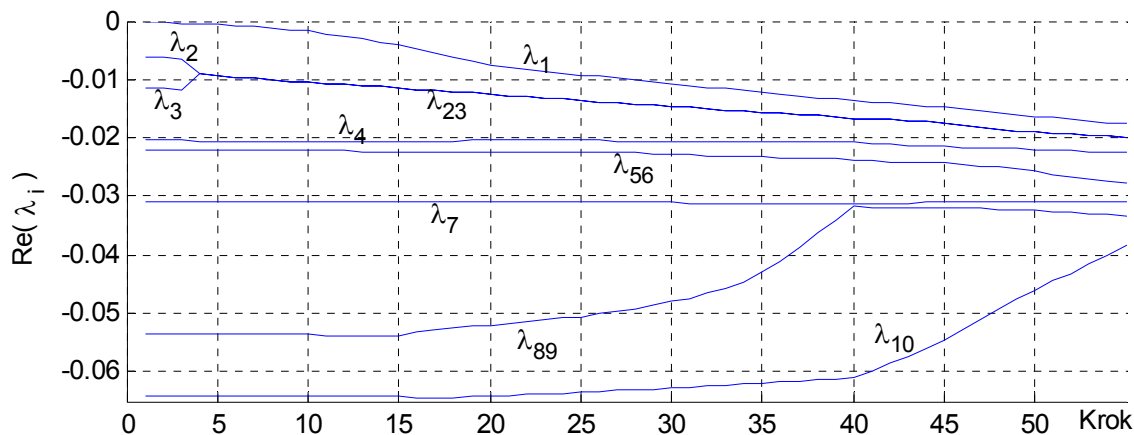


Obr. 4.33 Počáteční spektrum (4.55) při použití (4.58)

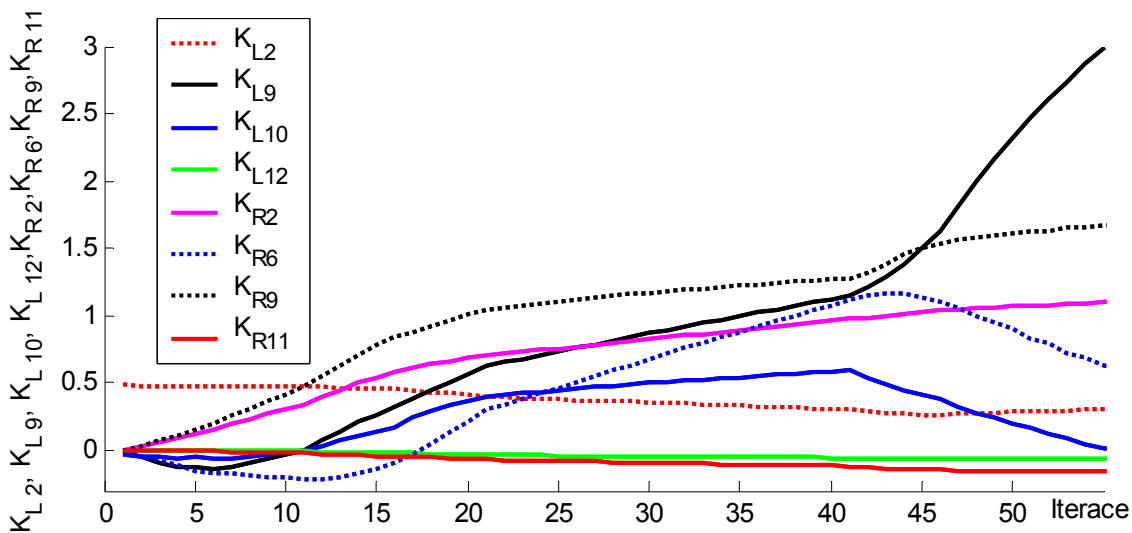
Tab. 4.10 Póly systému (4.55) s koeficienty (4.58)

λ_i		
0.0000	-0.0220 + 0.0589i	-0.0980 + 0.2578i
-0.0059	-0.0640	-0.1245 + 0.3248i
-0.0112	-0.0536 + 0.1326i	-0.1563 + 0.4359i
-0.0200	-0.2001	-0.1184 + 0.4791i
-0.0309	-0.0898 + 0.2220i	

Vývoj reálných částí kořenů, při použití metody postupného přesouvání na systém s počátečními hodnotami koeficientů (4.58) je znázorněn na Obr. 4.34. Vývoj koeficientů potom na Obr. 4.35.



Obr. 4.34 Vývoj reálných částí pólů v závislosti na kroku algoritmu postupného přesouvání, spojené okruhy, matice koeficientů (4.57)



Obr. 4.35 Vývoj koeficientů při postupném přesouvání, pravý okruh, matice koeficientů (4.57)

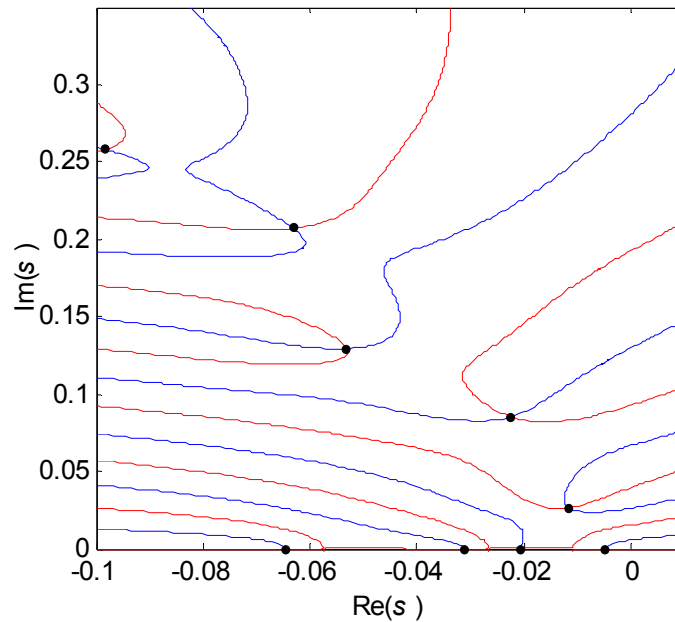
Pro testování byly vybrány koeficienty již z kroku 17, neboť rychlejší nastavení opět vykazovala při testování na soustavě kmitavost. Velikost těchto koeficientů je

$$K_{R2} = 0,6153, \quad K_{R6} = -0,0340, \quad K_{R9} = -0,880, \quad K_{R11} = -0,0470$$

$$K_{L2} = 0,4444, \quad K_{L9} = -0,3810, \quad K_{L10} = 0,2455, \quad K_{L12} = -0,0232$$

(4.59)

Odpovídající spektrum vypočtené s těmito koeficienty je znázorněné na Obr. 4.36

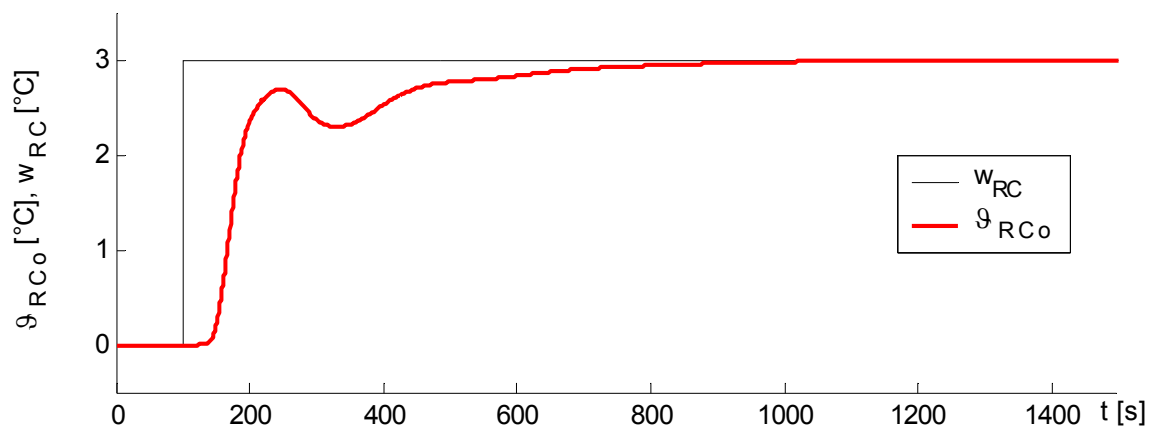


Obr. 4.36 Spektrum (4.55) při použití (4.59)

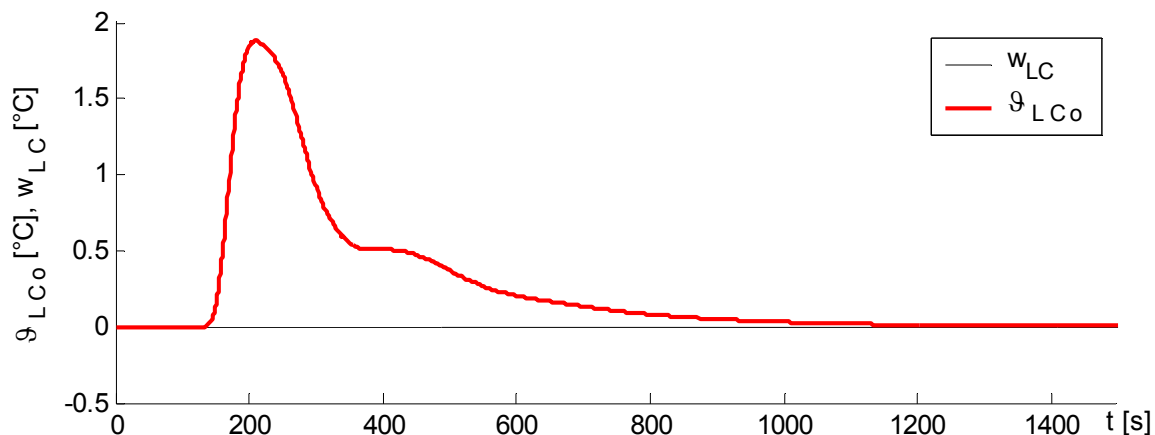
Tab. 4.11 Póly systému (4.55) s koeficienty (4.59)

λ_i		
-0.0048	-0.0309	-0.0531 + 0.1294i
-0.0206	0.0645	-0.0632 + 0.2072i
-0.0117 + 0.0266i	-0.0223 + 0.0853i	-0.0982 + 0.2581i

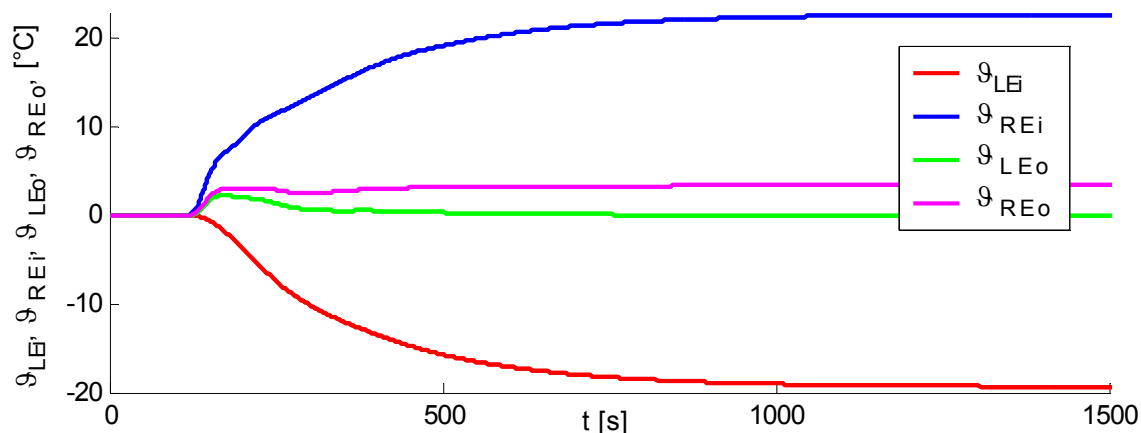
Na Obr. 4.37, Obr. 4.38 a Obr. 4.39 je znázorněna simulace při skokové změně žádané hodnoty $w_{RC} = 3$ ($w_{RC} = 0$).



Obr. 4.37 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{RCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100$ s; koeficienty (4.59).



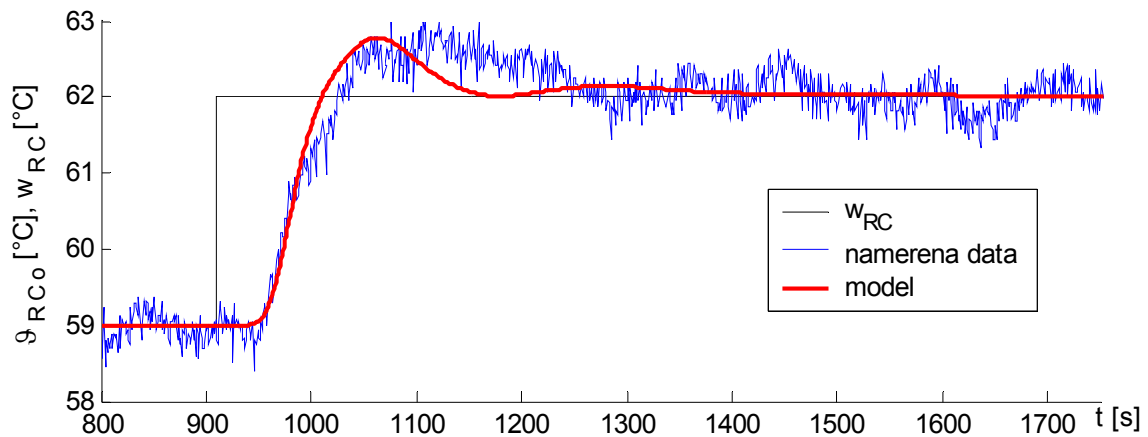
Obr. 4.38 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{LCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100$ s; koeficienty (4.59).



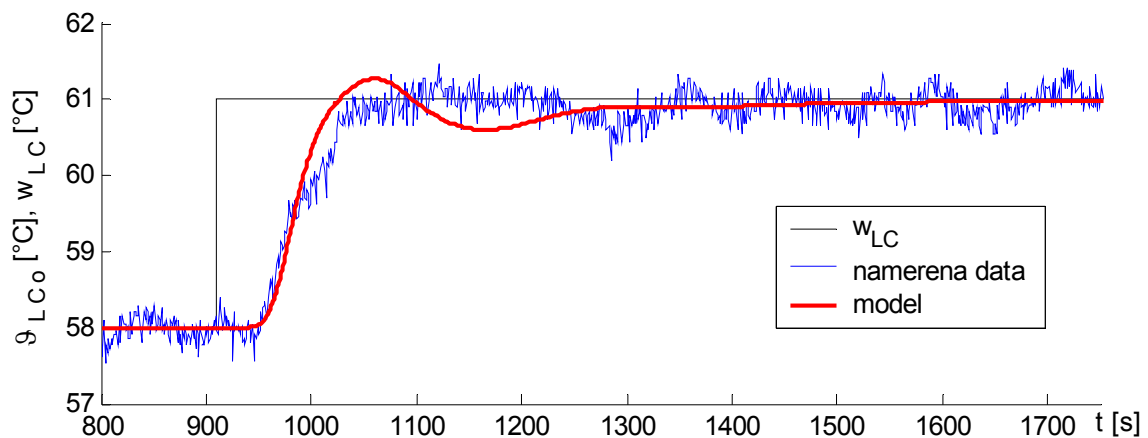
Obr. 4.39 Simulace průběhů teplot na výměníku, při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100$ s; koeficienty (4.59).

Z výše uvedených simulací je zřejmé, proč tyto výsledky nelze ověřit na reálné soustavě. Pro dosažení požadovaných teplot na výstupů z chladičů je nutný velký rozdíl vstupních teplot do výměníku. Toho vzhledem k zavedené podřízené regulační smyčce levého ventilu není možné dosáhnout. Do tohoto ventilu jsou totiž vstupem voda z levého ohřívače nastavená na konstantní teplotu 75°C a voda vracující se z levého chladiče. Směšováním těchto dvou tepelných toků nelze na reálné soustavě dosáhnout požadované teploty vody vstupující do levé části deskového výměníku.

Vzhledem k omezenému regulačnímu rozsahu ventilu byly na soustavě provedeny tedy změny žádané hodnoty obou výstupů ve stejném čase o 3 °C. Výsledky výstupních teplot jsou uvedené na Obr. 4.40 a Obr. 4.41. Průběhy ostatních naměřených teplot jsou uvedeny v příloze.

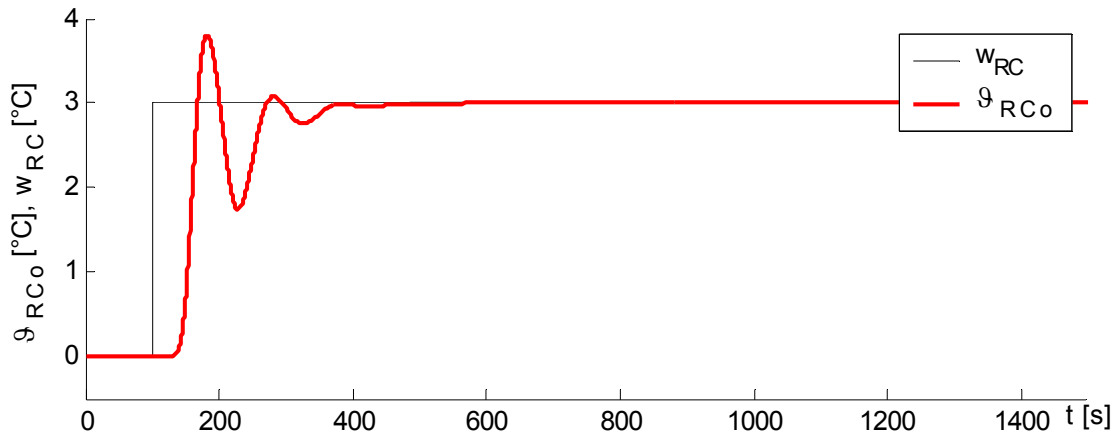


Obr. 4.40 Porovnání dosažených odezev ϑ_{RC0} modelu a reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{RC} na 62 [°C] v čase $t = 910s$.

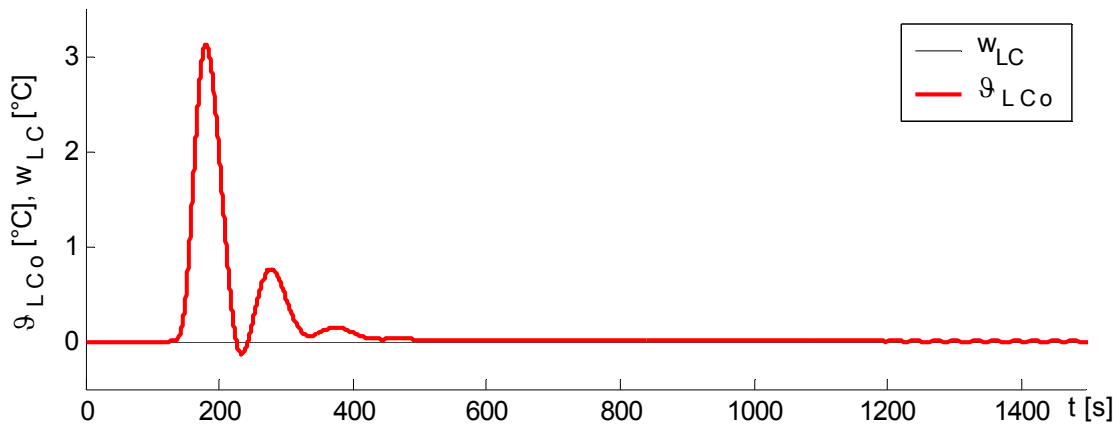


Obr. 4.41 Porovnání dosažených odezev ϑ_{LC0} modelu a reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{LC} na 61 [°C] v čase $t = 910s$.

Výsledkům dosažených při simulaci pomocí koeficientů z kroku 17 odpovídají relativně pomalé odezvy. Proto je pro ukázkou znázorněn průběh simulací při využití koeficientů z kroku 55 (Obr. 4.42, Obr. 4.43). Spektrum je znázorněno na Obr. 4.44.



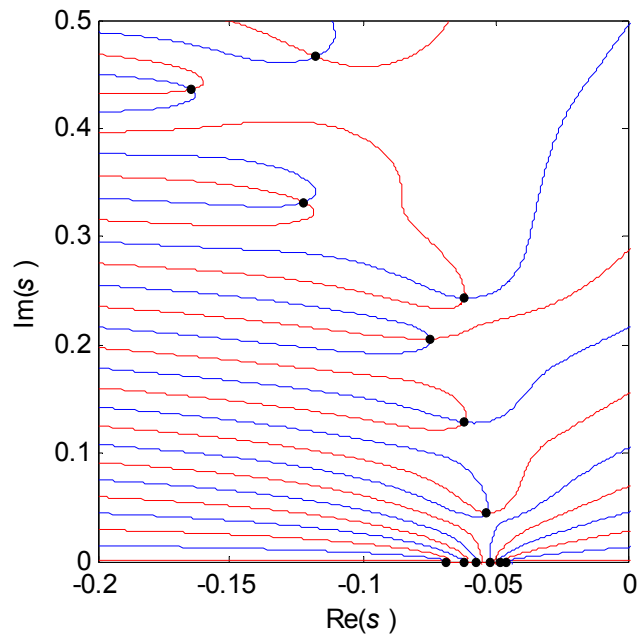
Obr. 4.42 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{RCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100$ s; krok 55 Obr. 4.34 .



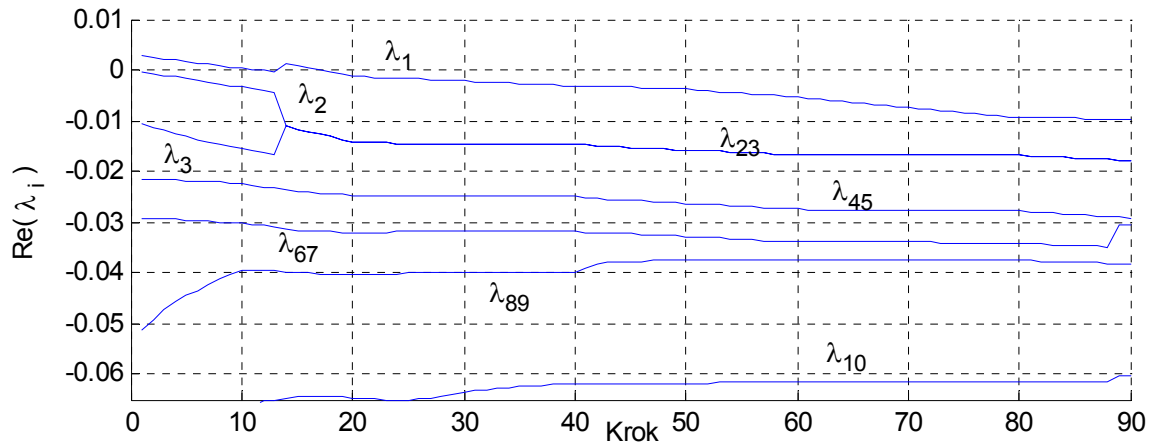
Obr. 4.43 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{LCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100$ s; krok 55 Obr. 4.34.

Dosažené odezvy jsou značně rychlejší, ovšem za cenu kmitavého charakteru regulace.

Při druhém návrhu nebyla provedena změna úpravy citlivosti K_{RH2} při použití pseudo-inverze. Bylo nutné také upravit počáteční rozložení spektra (jeden reálný pól byl předepsán kladný), neboť koeficienty (4.58) nebylo vzhledem k nestabilitě algoritmu možné použít. Dosažené výsledky jsou v porovnání s předchozí variantou velmi pomalé. Uveden je pouze vývoj reálných částí kořenů a to na Obr. 4.45. Přírůstky kořenů musely být vzhledem ke stabilitě algoritmu zvoleny velmi malé. Přesouvání bylo zastaveno v kroku 90, neboť již od kroku 40 velikost koeficientů začala velmi rychle narůstat. Stejných výsledků jako bylo dosaženo při upravení K_{RH2} tedy nebylo možno dosáhnout.



Obr. 4.44 Spektrum (4.55), krok 55 Obr. 4.34

Obr. 4.45 Vývoj reálných částí pólů v závislosti na kroku algoritmu postupného přesouvání, spojené okruhy, bez upravení statické citlivosti K_{RH2}

5 PI REGULACE

Tato kapitola se zabývá návrhem klasického PI regulátoru. Jak bylo uvedeno dříve, u systému s dopravním zpožděním je třeba navrhnout parametry toho typu regulátoru na pomalejší nastavení. Lze tedy očekávat méně příznivou kvalitu regulace, než bylo dosaženo se stavovým regulátorem.

Při návrhu není uvažována z hlediska šumu přítomného u signálů výstupních teplot D složka.

5.1 PI regulátor

PI regulátor vytváří akční veličinu podle vztahu

$$u(t) = r_0 e(t) + \frac{r_0}{T_i} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (5.1)$$

kde $e(t) = w(t) - y(t)$ je regulační odchylka, r_0 je proporcionální zesílení regulátoru a T_i je integrační konstanta regulátoru.

Číslicová náhrada tohoto regulátoru je při uvažování $t = kT$ ve tvaru

$$u(kT) = r_0 e(kT) + \frac{r_0}{T_i} I(kT) \quad (5.2)$$

Člen integrace $I_k = I(kT)$ je nutné zjistit numerickým výpočtem. Používané postupy jsou uvedeny v literatuře [10].

Z hlediska snadného řešení antiwind-up problému je výhodné použít přírůstkový tvar regulátoru. Poté stačí pouze omezit výstupní akční veličinu (saturace).

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} = r_0 (e_k - e_{k-1}) + \frac{r_0}{T_i} (I_k - I_{k-1}) \quad (5.3)$$

Pomocí parabolické náhrady za integraci v tomto vztahu lze získat univerzální rovnici přírůstkového algoritmu.

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} = q_0 e_k + q_1 e_{k-1} + q_2 e_{k-2} \quad (5.4)$$

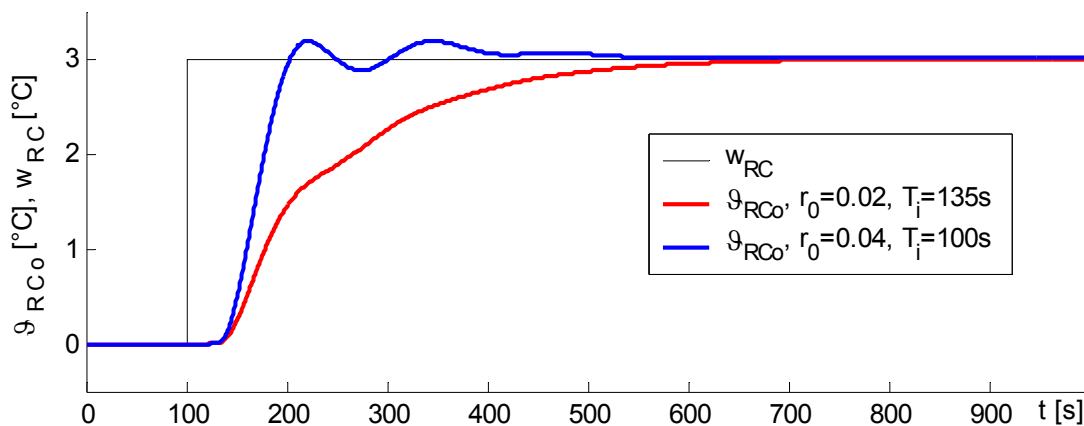
kde hodnoty q_0 , q_1 a q_2 jsou získány z následujících vztahů, více viz [10].

$$q_0 = r_0 + \frac{5 r_0 T}{12 T_i}, q_1 = -r_0 + \frac{2 r_0 T}{3 T_i}, q_2 = -\frac{1 r_0 T}{12 T_i} \quad (5.5)$$

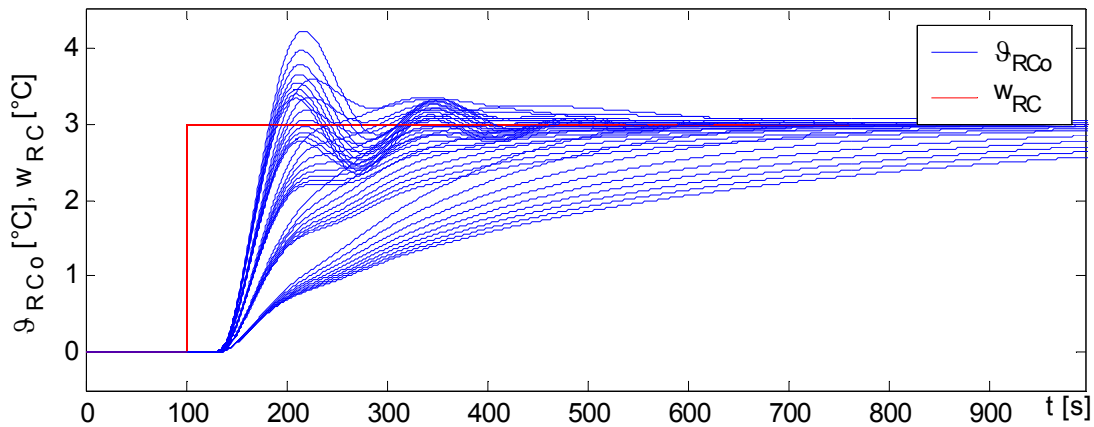
5.2 PI regulátor pravého okruhu

Parametry toho regulátoru byly získány následujícím způsobem. Nejprve byly metodou relé, viz [10,17], určeny kritické parametry regulátoru $r_{0krit} = 0,056$ a $T_k = 138s$. Z těchto hodnot byly vypočteny parametry podle nastavení Zieglera a Nicholse. Postupně pak byly odsimulovány všechny kombinace parametrů blízké tomuto nastavení (ukázka takového prohledávání parametrů je na Obr. 5.2). Na získané výsledky bylo aplikováno integrální kritérium pro hodnocení jakosti ISE [10]. Nicméně výsledky vybrané tímto kritériem představovaly velmi kmitavou odezvu. Proto byly jako konečné hodnoty vybrány pro nekmitavou odezvu $r_0 = 0,02$, $T_i = 135s$ a pro rychlejší odezvu $r_0 = 0,04$, $T_i = 100s$.

Ukázka regulace výstupní teploty je znázorněna na Obr. 5.1. V čase $t = 100s$ je provedena skoková změně žádané hodnoty výstupní veličiny $w_{RC} = 3$.



Obr. 5.1 Simulace výstupní teploty z chladiče \mathcal{G}_{RCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100s$.



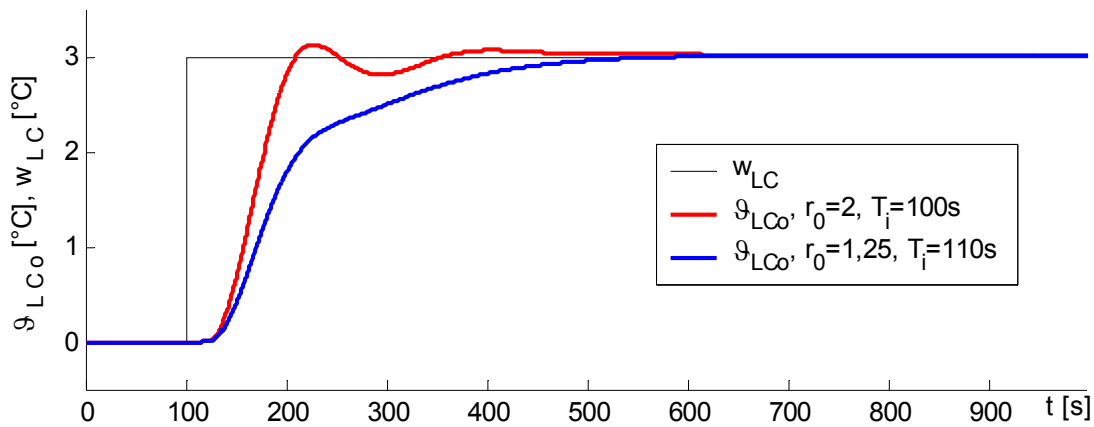
Obr. 5.2 Ukázka odezvy modelu při hledání parametrů regulátoru (pro přehlednost je zvolen větší krok parametrů)

Takto navržený samostatný regulátor PI pravého okruhu nebyl na reálné soustavě testován.

5.3 PI regulátor levého okruhu

Parametry PI regulátoru levého okruhu byly navrženy stejným způsobem jako u pravého okruhu v předchozí kapitole. Nejprve byly nalezeny kritické parametry $r_{0krit} = 5,65$ a $T_k = 140s$. A poté jako výsledné byly zvoleny parametry o hodnotách $r_0 = 1,25$ a $T_k = 110s$ a rychlejší s kmitavou odezvou $r_0 = 2$ a $T_k = 100s$.

Ukázka regulace výstupní teploty s těmito parametry regulátoru je znázorněna na Obr. 5.3. V čase $t = 100s$ je provedena skoková změna žádané hodnoty výstupní veličiny $w_{LC} = 3$.



Obr. 5.3 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{LC0} , při skokové změně žádané hodnoty w_{LC}

5.4 Řízení spojených okruhů

Navržení PI regulátorů pro spojené okruhy opět představuje problém popsany v kapitole zabývající se návrhem stavového regulátoru. PI regulátory navržené v předchozích kapitolách nelze použít při řízení spojených okruhů, neboť jejich sloučením do společného regulačního obvodu může vzniknout nevhodná dynamika. To je způsobeno změnou spektra pólů, která sloučením těchto dvou regulátorů nastane. Tento očekávaný výsledek byl při simulacích ověřen.

Jako východisko z této situace se nabízí opět použití metody postupného přesouvání. Při návrhu bude použito pouze čtyř koeficientů. Dva tyto koeficienty jsou od integračních veličin, které zavedené shodně jako v kap. 4. Zbylé dva koeficienty představující proporcionální složku jsou zavedeny od samotných výstupních veličin. Při výpočtu je opět uvažována změněná citlivost $K_{RH2}/15$.

Matice zpětné vazby je potom ve tvaru

$$\mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{R6} & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{R11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{L10} & 0 & K_{L12} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Zápis matic a charakteristického polynomu je shodný s (4.53) a (4.55).

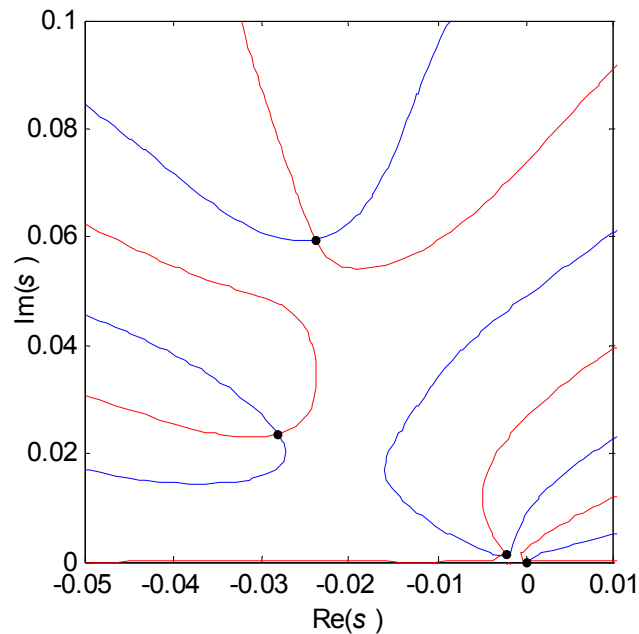
Je nutné opět provést počáteční “rozhození” spektra. Toho je docíleno následujícími koeficienty

$$K_{R6} = -0,15, \quad K_{R11} = 0, \quad K_{L10} = 0,15, \quad K_{L12} = -0.0015 \quad (5.7)$$

Detail vypočteného spektra je znázorněn na Obr. 5.4. Póly jsou uvedené v Tab. 5.1.

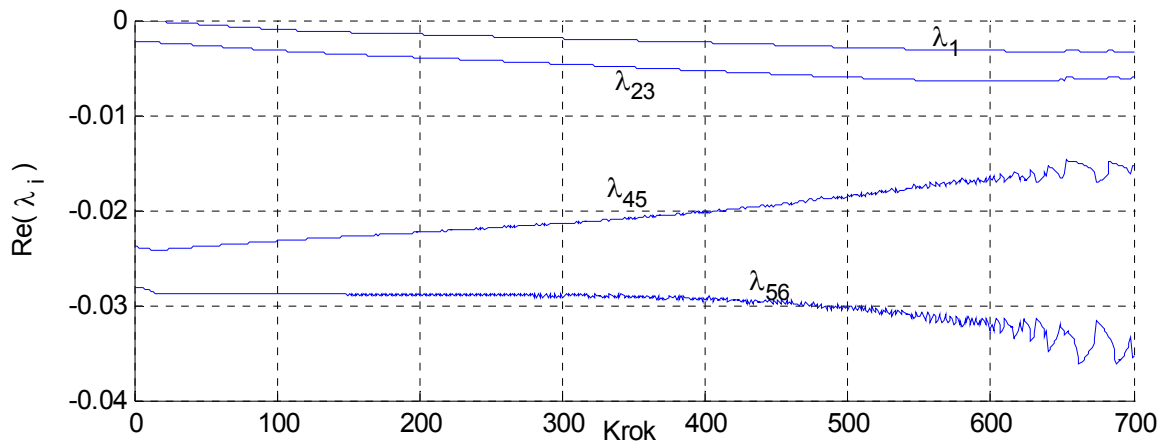
Tab. 5.1 Póly systému (4.55) s koeficienty (5.7)

λ_i	
0.0000	-0.0281 + 0.0235i
-0.0022 + 0.0012i	-0.0238 + 0.0595i



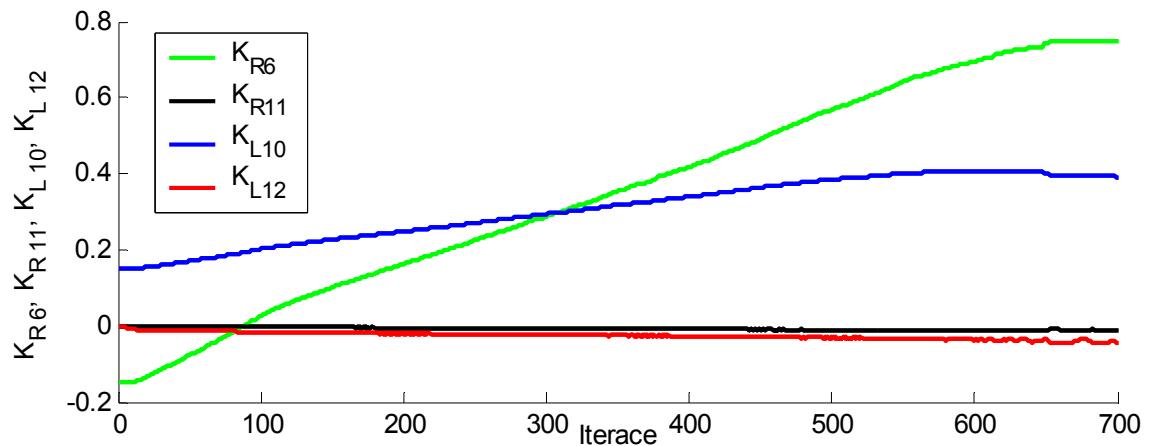
Obr. 5.4 Počáteční spektrum (4.55) při použití (5.7)

Algoritmus při přesouvání vykazoval nestabilní chování. Přírůstky musely být zvoleny v řádu statisícin, aby algoritmus neselhal úplně. Dosažené výsledky jsou znázorněny na Obr. 5.5 a Obr. 5.6.



Obr. 5.5 Vývoj reálných částí pólů v závislosti na kroku algoritmu postupného přesouvání, spojené okruhy

Jak je možno vidět z předchozích obrázků, návrhem pomocí pouze čtyř koeficientů lze docílit pouze velmi slabých výsledků.

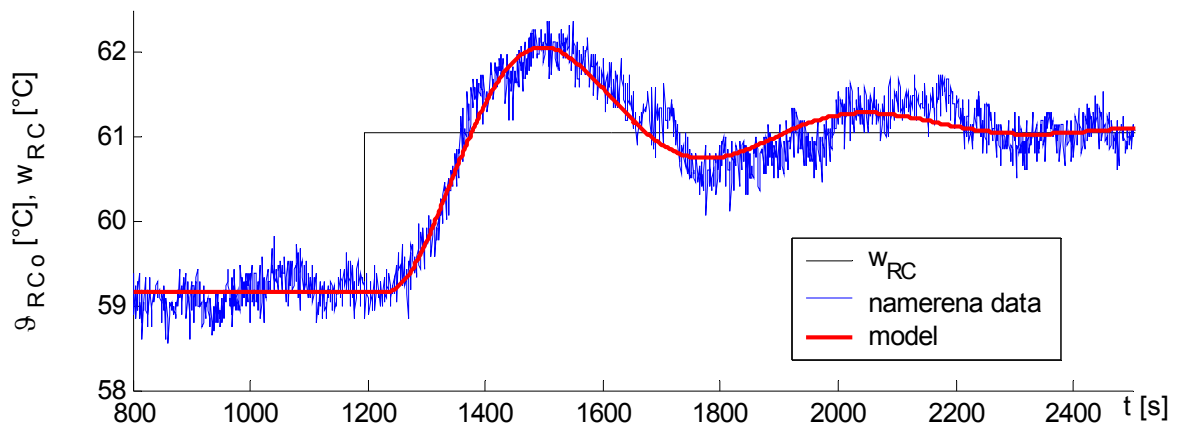


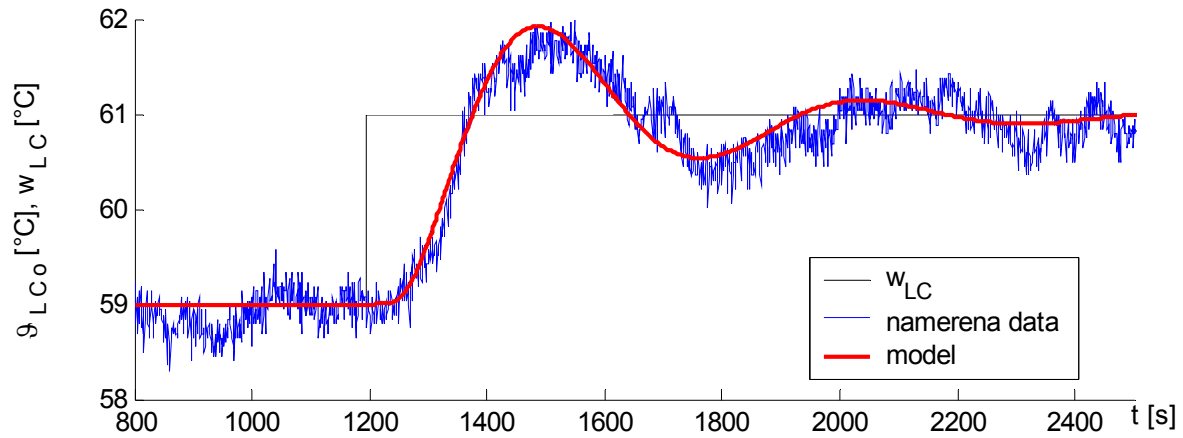
Obr. 5.6 Vývoj koeficientů při postupném přesouvání, spojené okruhy

Pro testování na soustavě byly vybrány koeficienty z kroku 85. Při použití rychlejšího nastavení se objevovaly nežádoucí kmity. Koeficientům z kroku 85 přísluší hodnoty

$$K_{R6} = -0,0072, K_{R11} = -0,0022, K_{L10} = 0,1912, K_{L12} = -0,0154 \quad (5.8)$$

Opět byly na soustavě provedeny změny žádané hodnoty obou výstupů ve shodném čase, a to o 3 °C. Výsledky výstupních teplot jsou uvedené na Obr. 5.7 a Obr. 5.8. Průběhy ostatních naměřených teplot jsou na CD (složka PID).

Obr. 5.7 Porovnání dosažených odezev ϑ_{RC0} modelu a reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{RC} na 61 [°C] v čase $t = 1195s$.

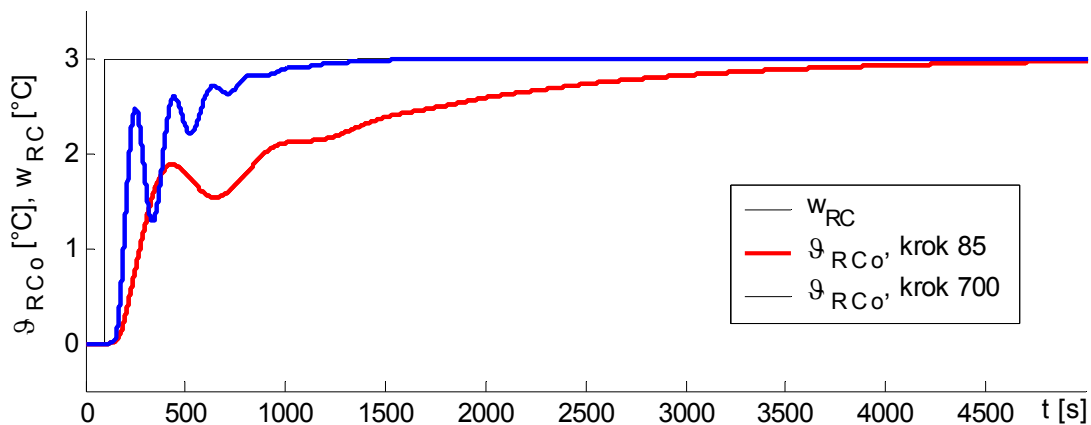


Obr. 5.8 Porovnání dosažených odezev ϑ_{LC0} modelu a reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{LC} na 61 [°C] v čase $t = 1195$ s.

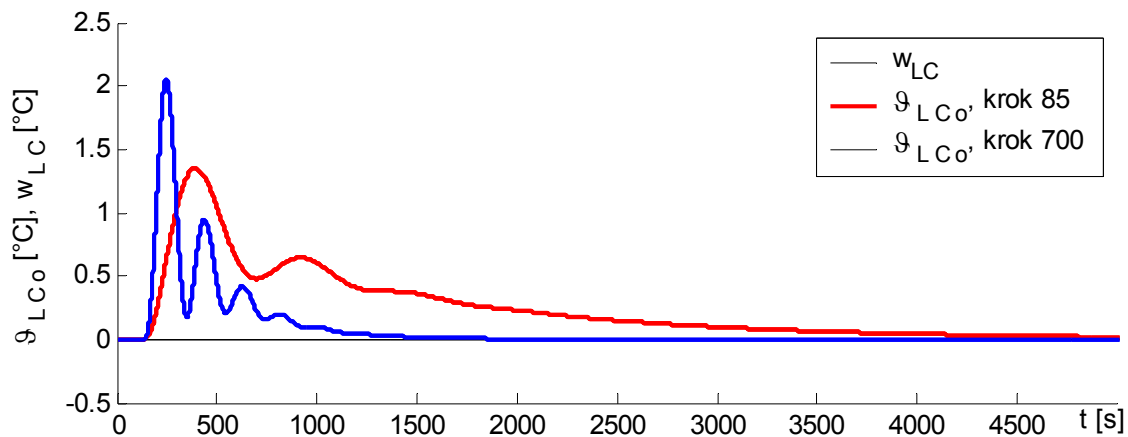
Porovnáním odezev získaných z modelu s naměřenými daty je získána velmi dobrá shoda. Kvalitu regulace, při takto provedených změnách žádaných hodnot výstupních veličin, lze považovat za dobrou. A to i přes velmi slabé výsledky dosažené metodou postupného přesouvání.

Nicméně při změně pouze jedné žádané hodnoty již kvalita regulace tak příznivá není. Výsledky odezev modelu na změnu $w_{RC} = 3$ v čase $t = 100$ s, viz Obr. 5.9 a Obr. 5.10. Pro porovnání je zároveň uvedena i odezva pro parametry vypočtené v kroku 700.

$$K_{R6} = 0.7490, K_{R11} = -0,0105, K_{L10} = 0.3914, K_{L12} = -0.0432 \quad (5.9)$$



Obr. 5.9 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{RC0} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100$ s; koeficienty (5.8).



Obr. 5.10 Simulace výstupní teploty z chladiče ϑ_{LCo} , při skokové změně žádané hodnoty w_{RC} v čase $t = 100$ s; koeficienty (5.8).

Regulační pochod je v tomto případě velmi pomalý a v případě použití koeficientů (5.9) velmi kmitavý. Tyto odezvy nebylo na modelu možné ověřit, vzhledem k omezenému regulačnímu rozsahu levého ventilu. Použitím koeficientů vypočtených ve větším kroku lze výslednou dynamiku značně urychlit, nicméně do systému je tím zanesena velká kmitavá složka.

Srovnáním výsledků dosažených při návrhu stavového a PI regulátoru se splnilo očekávání, že více informací (počet zpětných vazeb) dostupných při tvorbě regulačního zásahu v případě stavového regulátoru má za následek podstatně kvalitnější regulaci.

6 ALGORITMUS ŘÍZENÍ PRO PLC TECOMAT

V kap. 4 byly navrženy stavové regulátory, které jsou specifikovány maticí koeficientů zpětné vazby. Tyto regulátory byly ověřeny na reálné soustavě pomocí propojení této soustavy s PC za použití programu Matlab. Dalším krokem je nyní ukázat implementaci algoritmu stavového regulátoru při řízení programovatelným automatem. K otestování navrženého algoritmu byl vybrán stavový regulátor pro řízení samostatného pravého okruhu.

Pro řízení soustavy byl k dispozici modulární systém NS 950 v provedení mini. Tento univerzální řídicí systém je navržen pro řízení středních až velkých aplikací [7].

6.1 Programovací prostředky

Programovatelné automaty firmy Teco jsou navrženy pro tvorbu programu pomocí jazyka instrukcí IL. Výsledný program je potom zapsán jako posloupnost instrukcí v automatu [7]. Tento program je automatem stále vykonáván dokola v tzv. cyklech. Na začátku cyklu se nejprve načtou hodnoty vstupů X. Podstatnou skutečností je, že během cyklu program nepracuje s aktuálními hodnotami vstupů, nýbrž s jejich tzv. obrazy, které jsou při načtení vstupů vytvořeny a uloženy po celou dobu cyklu v paměti. Stejně tak jsou vytvořeny i obrazy výstupů Y (na konci otočky cyklu). Tímto je zaručena synchronizace vstupních a výstupních dat v programu a je tak omezena možnost hazardních stavů [7].

Další jazyky, které lze použít pro tvorbu programu je jazyk kontaktních schémat a strukturovaného textu. Jazyk reléových schémat je vhodné použít především pro zpřehlednění výsledného programu zapsaném pomocí instrukcí. Jazyk strukturovaného textu ovšem nabízí již větší komfort vyšších programovacích jazyků (např. Pascal). Realizování cyklů, podmíněných příkazů a dalších operací je potom pomocí tohoto jazyka mnohem rychlejší.

Softwarové prostředí použitelné pro programování PLC firmy Teco je tvořeno programy Mosaic a Epos. Mosaic umožňuje programování pomocí jazyka IL a jazyka reléových schémat. Epos potom využívá kombinace jazyka strukturovaného textu a jazyka instrukcí IL.

Výsledný program je poté přeložen do samotných instrukcí a v této formě nahrán do PLC. Tento program byl nakonec vybrán pro realizaci algoritmu stavového regulátoru.

Výsledný program se skládá z procesů. Základní struktura tvořená procesy P0 až P64 nabízí uživatelům určité schéma programu. Každý z těchto procesů má pevně daná pravidla aktivity. V samotném programu poté mohou být využity všechny procesy, případně jen některé. V krajním případě může být využit pouze úvodní proces P0, který je aktivován v každé otočce cyklu. Více informací o těchto procesech je uvedeno např. v [7].

6.2 Úprava algoritmu pro realizaci programovatelným automatem

Jak bylo uvedeno na začátku kap. 6, bude ukázán návrh algoritmu pro řízení pravého okruhu pomocí stavového regulátoru. Uvažuje-li se zpětná vazba, která byla zavedená v kap. 4.6.5 lze pro výsledný akční zásah v k-tém kroku vyjádřit

$$u(k) = -K_{R1} \mathcal{G}_{RH_i}(k) - K_{R2} \mathcal{G}_{RH_o}(k) - K_{R3} \mathcal{G}_{RE_i}(k) - K_{R4} \mathcal{G}_{RE_o}(k) - K_{R5} \mathcal{G}_{RC_i}(k) - \\ - K_{R6} \mathcal{G}_{RC_o}(k) - K_{R8} \mathcal{G}_{LE_o}(k) - K_{R11} I_R(k) \quad (6.1)$$

Jestliže bude nyní opět (shodně jako v kap. 5) uvažován přírůstkový algoritmus a tedy

$$\Delta u(k) = u(k) - u(k-1) \quad (6.2)$$

lze psát při obdélníkové rekonstrukci integrace (viz [10])

$$I_R(t) = \int_0^T e(t) dt, \quad I_R(k) = \sum_{j=0}^k e(j) \Delta t \quad \text{a tedy} \quad \Delta I_R(k) = \Delta t e(k) \quad (6.3)$$

přírůstek akční veličiny ve tvaru

$$\Delta u(k) = -K_{R1} (\mathcal{G}_{RH_i}(k) - \mathcal{G}_{RH_i}(k-1)) - \dots - K_{R8} \mathcal{G}_{LE_o} (\mathcal{G}_{LE_o}(k) - \mathcal{G}_{LE_o}(k-1)) - \\ - K_{R11} \Delta t e(k) \quad (6.4)$$

Při použití toho přírůstkového tvaru je velmi jednoduché zamezit tzv. Antiwind-up efektu [10]. Toto opatření spočívá pouze v zavedení mezí regulované veličiny, na kterých zůstává aktuální hodnota akční veličiny udržována v případě překročení regulačního rozsahu. Funkčnost toho algoritmu na reálné soustavě je ověřena v následující kapitole.

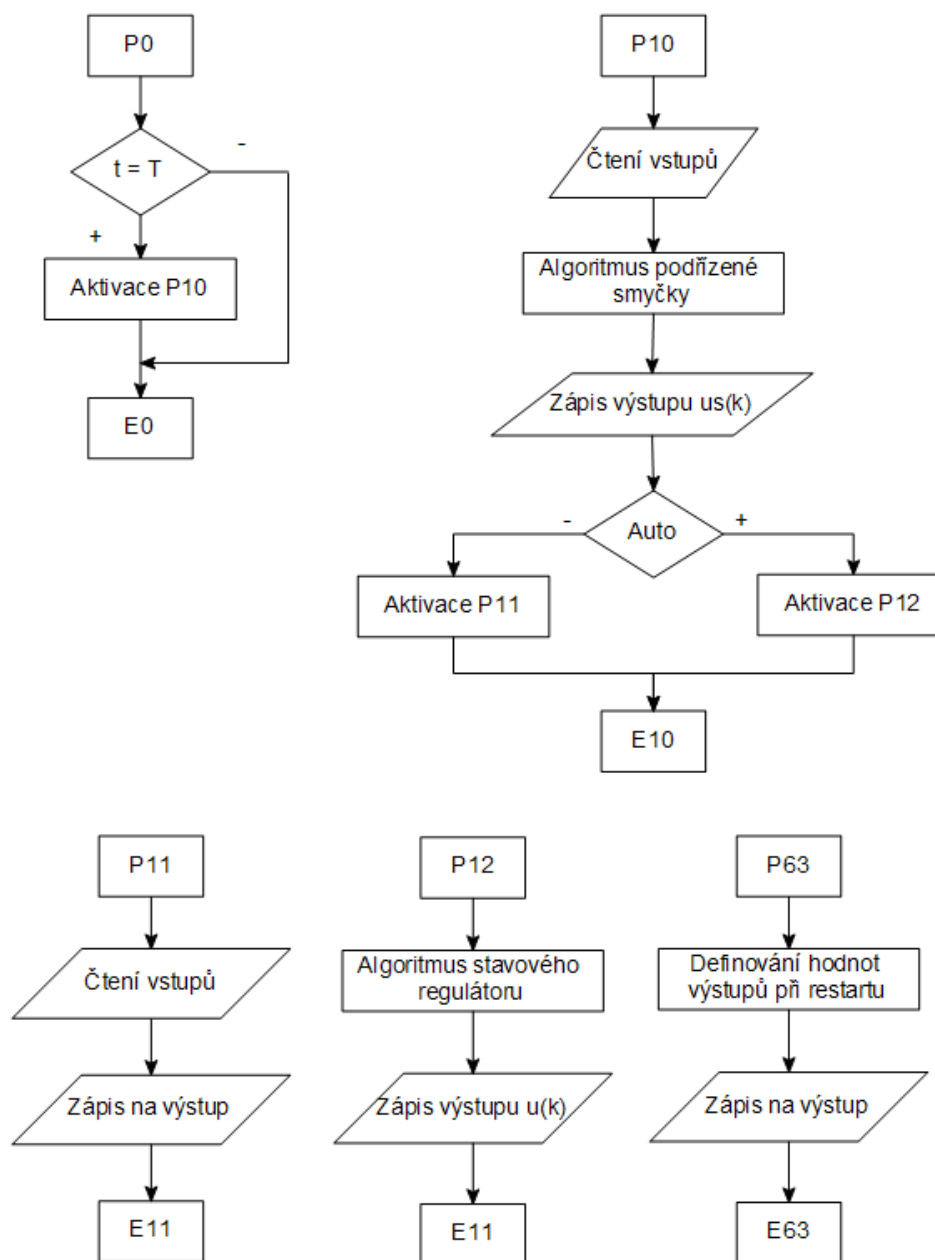
Algoritmus tohoto omezení je v programu Epos zapsán následující syntaxí (použit je jazyk strukturovaného textu, kde příkaz *if* vyjadřuje rozhodovací podmínku).

```
if [u_k>1] then
begin
u_k:=1;
end;
if [u_k<-1] then
begin
u_k:=-1;
end;
```

Dalším krokem byla realizace algoritmu podřízené regulační smyčky levého okruhu. Ta je zavedena shodně s postupem uvedeným v kap. 5, viz (5.4), (5.5). Algoritmus omezení akční veličiny je shodný s uvedeným u algoritmu stavového regulátoru.

Celkové schéma algoritmu programu je znázorněno na Obr. 6.1. V úvodním procesu P0 je realizována perioda vzorkování. Ta byla zvolena 1s. V procesu P10 probíhá načtení všech vstupů a je zde realizován algoritmus podřízené smyčky. Hodnota akční veličiny ovládající ventil je potom zapsána na výstup. Na konci procesu je rozhodovací podmínka přepínající mezi procesy P11 a P12. Proces P11 představuje manuální řízení a proces P12 automatické. Přepínání mezi tímto automatickým a manuálním režim je vytvořeno jako beznárazové [10]. V procesu P12 je realizován algoritmus stavového regulátoru. Proces P63 se spustí vždy po provedení studeného restartu [7] a zde je použit pouze k definování výchozích hodnot výstupů.

Algoritmus byl realizován v programu Epos a výpis celého programu je uveden na CD.

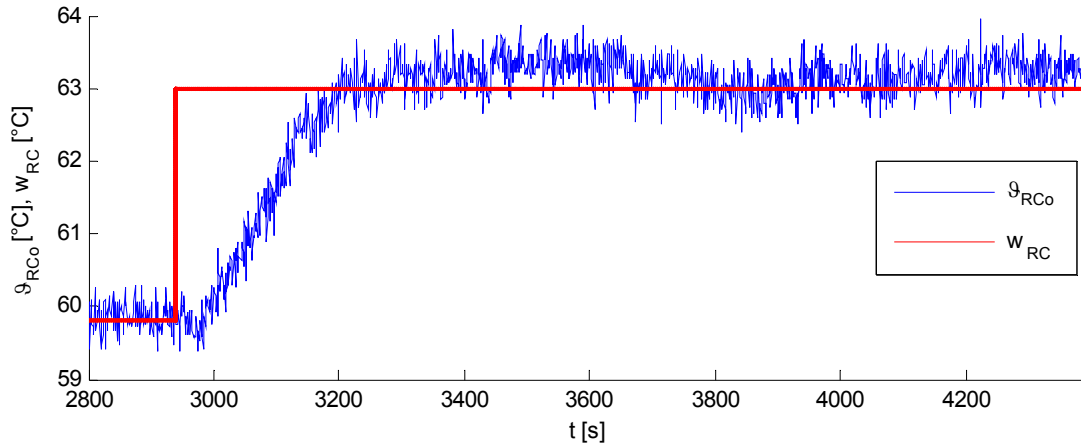


Obr. 6.1 Algoritmus řízení pro PLC Tecomat

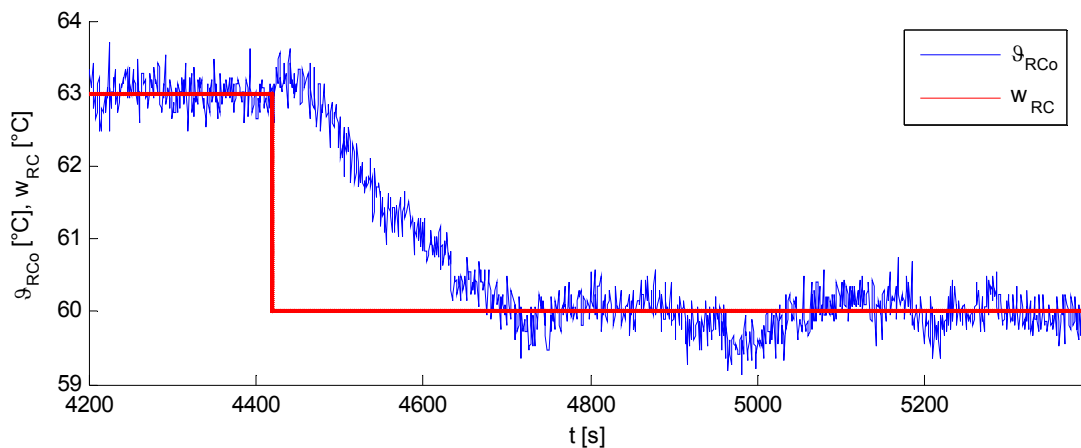
6.3 Výsledky řízení programovatelným automatem

Koeficienty použité při řízení PLC byly vzaty z návrhu metody přímého předepsání pólů, konkrétně koeficienty (4.49). Na Obr. 6.2 a Obr. 6.3 jsou znázorněny získané odezvy

na změnu žádané veličiny pravého chladiče při řízení PLC. Pro měření teplot bylo využito opět programu Matlab, který dokáže i během řízení pomocí PLC monitorovat signály teplot.



Obr. 6.2 Odezva θ_{RC0} reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{RC} na 63°C, řízení PLC



Obr. 6.3 Odezva θ_{RC0} reálné soustavy, při změně žádané hodnoty w_{RC} na 60°C, řízení PLC

Na Obr. 6.4 je zobrazeno ověření funkčnosti Antiwind-up opatření pomocí omezení výstupní veličiny. To je pozorovatelné, neboť při změně znaménka regulační odchylky v čase 11:20 dojde k okamžité změně hodnoty akční veličiny. Pro získání těchto průběhů bylo použito výstupu programu Epos, neboť v Matlabu není možné získat průběh akční veličiny při řízení PLC (dostupné jsou pouze signály teplot).



Obr. 6.4 Ověření funkčnosti Antiwind-up algoritmu při řízení pomocí PLC

7 ZÁVĚR

Účelem této diplomové práce bylo ukázat návrh syntézy řízení víceparametrového systému, kde výraznou roli představuje dopravní zpoždění. Za tímto účelem byl nejprve v kapitole 2 odvozen teoretický model celé tepelné soustavy. Na něj v kapitole 3 navázala identifikace, pomocí níž byly zjištěny všechny parametry tohoto modelu. Tato identifikace proběhla pomocí vyhodnocení přechodových odezev jednotlivých částí soustavy na změny akčních veličin. Výsledkem této identifikace bylo získání lineárního přírůstkového modelu. Tento model je platný pouze v určitých mezích od pracovního bodu, který je blíže specifikován na začátku kapitoly 3. Jak je možné vidět z porovnání odezev, získaný model velmi dobře aproximuje reálnou tepelnou soustavu.

Matematický model reálné soustavy tepelného výměníku byl následně vytvořen v programu Matlab a v jeho nadstavbě Simulink. Na tomto modelu pak byly testovány metody návrhu řízení pomocí zavedení zpětných vazeb od stavových proměnných. Jak bylo ukázáno v kapitole 4, zavedením této zpětné vazby lze ovlivňovat dynamiku systému. Tato dynamika je určena póly systému, které se nalézají nejvíce v blízkosti počátku komplexní roviny. Cílem bylo navrhnout koeficienty, jejichž umístěním do zpětné vazby je možné polohu těchto dominantních pólů měnit.

Byly použity dvě metody. První je metoda přímého předepsání dominantních pólů (Anisochronic system direct pole placement), která umožňuje přidělit systému až n kořenů. Tato základní vlastnost metody vyžaduje po každém návrhu kontrolovat výsledné spektrum pólů systému. To, že předepsané póly se stanou skutečně dominantními lze potvrdit až po této kontrole. Jak bylo ukázáno na výsledcích ze simulací na modelu, podařilo se pomocí této metody navrhnout koeficienty, jejichž zařazením do zpětné vazby se získala velmi rychlá dynamika výsledného systému. Nicméně se ukázalo, že velmi rychlé nastavení charakterizované většími hodnotami koeficientů matice zpětné vazby, nemusí být pro použití na reálném systému vhodné. V případě velmi rychlého nastavení, kdy nekontrolované kořeny již vykazují velké citlivosti na předepsání dominantních pólů, stačí malé odchylky modelu od reálného systému a výsledný návrh může vyústit až v nestabilitu systému. Další skutečností olivňující použití na reálném systému je samotná velikost koeficientů. V signálech

stavových veličin je přítomen šum, jehož vliv na chování systému roste s většími hodnotami koeficientů. Toto může způsobit velikou citlivost chování akční veličiny již v ustáleném stavu. Ukázalo se, že použití pseudoinverze může být výhodné při předepsání menšího počtu pólů než umožňuje zavedená vazba. Řešením této inverze jsou pak nejmenší možné hodnoty koeficientů. Z výše uvedených důvodů se úspěšně podařilo ověřit řízení pouze na samostatném pravém okruhu. Jak je možné vidět na porovnání v kapitole 4, naměřené výsledky na reálné soustavě a výstup z modelu vykazují značnou shodu.

Druhou metodou použitou při návrhu koeficientů zpětné vazby byla metoda postupného přesouvání (Continuous pole placement for delay equations). Tato metoda byla původně navržena pro stabilizaci systémů, jejichž některého póly původního spektra se nalézají v pravé části komplexní roviny. Princip metody spočívá v přesouvání pólů, které se nalézají nejvíce vpravo po malých přírůstcích. Jak bylo ukázáno v kapitole 4, touto metodou lze dosáhnout až nalezení hranic možného přesunutí pólů. Omezení týkající se velikosti koeficientů jsou shodné i u této metody. Koeficienty navržené postupným přesouváním byly vyzkoušeny jak pro řízení samostatného pravého a levého okruhu, tak i pro řízení spojených okruhů představujících dvourozměrný regulační obvod. Při řízení levého a pravého okruhu byla dosažena opět značná shoda mezi modelem a naměřenými daty. Jak se ukázalo, v případě společných okruhů představoval problém levý směšovací ventil, jehož malý regulační rozsah nedovolal řízení výstupních veličin v plném rozsahu.

V kapitole 5 byla ukázána možnost implementace klasického PI algoritmu. Derivační složka byla z návrhu vypuštěna vzhledem k přítomnosti šumu v měřených signálech. Porovnáním výsledků dosažených návrhem PI algoritmu s výsledky stavové regulace se potvrdilo očekávání, že PI algoritmus lze u systému s velkým dopravním zpožděním použít pouze s omezeními. Pro případ návrhu PI regulátoru pro řízení společných okruhů bylo využito opět metody postupného přesouvání, nicméně jak je ukázáno v kapitole 5, nepodařilo se dosáhnout přijatelných výsledků. To bylo způsobeno především malým stupněm volnosti počtu možných přesouvaných pólů, který byl u PI regulace k dispozici.

V kapitole 6 je ukázána úprava algoritmu stavového regulátoru do přírůstkového tvaru pro použití programovatelným automatem. Algoritmus byl implementován do systému Tecomat NS950 mini a řízení vyzkoušeno na reálné soustavě tepelného výměníku.

LITERATURA

- [1] Balátě, J.: Automatické řízení, ISBN 80-7300-148-90, Praha 2004
- [2] Hale, J. K.: Theory of functional differential equations, Springer-Verlag, New York
- [3] <http://www.cak.fs.cvut.cz/> [cit. 2006-26-11]
- [4] Jenčík J., Volf J., a kolektiv: Technická měření, Vydavatelství ČVUT, Praha 2003
- [5] Nosievič, P.: Modelování a identifikace systémů, Montanex, Ostrava 1999
- [6] Nožička, J.: Termomechanika, Vydavatelství ČVUT, Praha 1998
- [7] Šmejkal, L., Martinásková, M.: PLC a automatizace, ISBN 80-86056-58-9, Praha 1999
- [8] Michiels, W., Engelborghs, K., Vansevenant, P., Roose, D.: Continuous pole placement for delay equations, Automatica, vol 38, no.6, pp. 747-761, 2002
- [9] Michiels, W., Vyhlídal, T.: Continuous pole placement for neutral systems, In Proc IFAC Workshop on Time-Delay Systems, TDS'04, Leuven
- [10] Šulc, B., Vítečková, M.: Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů, Vydavatelství ČVUT, Praha 2004
- [11] Fencl, T.: Algoritmus vícerozměrového regulátoru, Diplomová práce, ČVUT, Fakulta elektrotechnická 2005
- [12] Vyhlídal, T.: Analysis and Synthesis of time delay systems spectrum, Ph.D. Thesis, ČVUT, Faculty of Mechanical Engineering, 2003
- [13] Vyhlídal, T.: Application of time delay system theory to control design of plants with distributed parameters, Habilitation Thesis, ČVUT 2006
- [14] Zítek, P., Víteček, A.: Návrh řízení podsystémů se zpožděním a nelinearitami, ČVUT, Praha 1999
- [15] Zítek, P., Petrová, R.: Matematické a simulační modely 2, ČVUT, Praha 2004
- [16] Zítek, P., Vyhlídal, T.: Dominant eigenvalue placement for time delay systems, In Proc. of Control, 5th Portuguese Conference on Automatic Control, University of Aveiro, Portugal
- [17] Zítek, P., Vyhlídal, T.: Low order time delay approximation of conventional linear model, Centre for Applied Cybernetics, ČVUT

-
- [18] Zítek, P.: Základy automatického řízení, Vydavatelství ČVUT, Praha 2006
- [19] Zítek, P.: Matematické a simulační modely 1, Vydavatelství ČVUT, Praha 2004
- [20] Wang, Q. G., Lee, T. H., Tan, K.G.: Finite spectrum assignment for time delay systems, Springer-Verlag, London
- [21] Kostohryz, J.: Webové rozhraní pro syntézu a dálkové řízení laboratorní tepelné soustavy pomocí internetu, Diplomová práce, ČVUT, Fakulta strojní 2006

OBSAH CD

Z důvodu rozsahu jsou veškeré přílohy uvedeny na CD.

\text\dp_karel_paulu_2006.pdf

Text diplomové práce

\identifikace*.mat

naměřené průběhy ve formátu *.mat* použité pro identifikaci

\model\model_tepelné_soustavy\model_tepelne_soustavy.mdl

\model\model_tepelné_soustavy\parametry.m

Program v Matlabu (model a parametry)

\skripty*.m

Skripty obsahující algoritmy použité při návrhu koeficientů

\mereni\L_CppTds*.*

\mereni\R_Adirpp*.*

\mereni\R_CppTds*.*

\mereni\Spojené_CppTds*.*

\mereni\PID*.*

\mereni\PLC*.*

Naměřené výstupy při testování na reálné soustavě

\plc\stavreg.doc

\plc\stavreg.jlr

skript programu Epos pro realizaci řízení pomocí PLC